

# A szekunder dendritág durvulás dinamikus és empirikus szimulációjának összehasonlítása

ROÓSZ ANDRÁS<sup>1,2,@</sup> , RÓNAFÖLDI ARNOLD<sup>1,2</sup>, SVÉDA MÁRIA<sup>1,2</sup> , VERES ZSOLT<sup>1,2</sup> 

<sup>1</sup>Miskolci Egyetem Fémteni, Képlékenyalakítási és Nanotechnológia Intézet, 3515 Miskolc

<sup>2</sup>HUN-REN – Miskolci Egyetem Anyagtudományi Kutatócsoport, 3515 Miskolc

<sup>@</sup>E-mail: femroosz@uni-miskolc.hu

*Másodközlés – Eredeti közlemény:*

## Comparison of dynamical and empirical simulation methods of secondary dendrite arm coarsening

András Roósz<sup>1,2,\*</sup>, Arnold Rónaföldi<sup>1,2</sup>, Mária Svéda<sup>1,2</sup> and Zsolt Veres<sup>1,2</sup>

Crystals 12 (2022) 1834.

<https://doi.org/10.3390/cryst12121834>

*A dendritesen kristályosodott ötvözet fizikai és mechanikai tulajdonságai jelentős mértékben függenek a szekunder dendritág távolságtól (Secondary Dendrite Arm Spacing, SDAS). Az öntészeti gyakorlatban a kristályosodás szimulációjához használható, de egyszerű módszerre van szükség az SDAS kiszámításához a kristályosodás alatt és a végén a lehülési sebesség függvényében. Számos kristályosodási kísérlet alapján az SDAS kiszámítására szolgáló egyszerű egyenlet (empirikus módszer) a helyi kristályosodási időt használja (a likvidusz és szolidusz hőmérsékletek között eltelt idő), amely a mért lehülési görbékből számítható nem irányított kristályosodás esetében, vagy kiszámítható a hőmérsékleti gradiensből és az olvadék/szilárd front sebességéből egyirányú kristályosodás esetében. Ez az egyenlet nem használható az SDAS kiszámításához a kristályosodás során. Kirkwood kidolgozott egy félempirikus módszert az ötvöző elemnek az olvadékfázisban végbemenő diffúziójára alapozva, amely a fizikai paraméterek mellett csak egy geometriai tényezőt tartalmaz, ami állandónak tűnik a különböző ötvözeteknél. A fizikai paraméterek a hőmérséklettől függenek, ezért az egyenletet nem lehet zárt formában integrálni, ezért csak a kristályosodás végén kialakuló SDAS számítható az egyenlettel. Ebben a cikkben először a szilárd/olvadék határfelület görbületének az egyensúlyi koncentrációkra gyakorolt hatását, majd a szekunder dendritág (SDA) durvulásának különböző folyamatait mutatjuk be. Korábbi cikkünkben leírtuk, hogy empirikus módszerrel a végső SDAS elfogadható pontossággal kiszámítható Al-7wt%Si-ötvözet esetében egyirányú kristályosítási kísérlet esetén. Ebben a cikkben azt mutatjuk meg, hogy a kísérletekből ismert lehülési görbét használva a Kirkwood-egyenletet numerikusan integrálva az SDAS kiszámítható a kristályosodás közben és a végén, jó egyezésben a kísérleti eredményekkel. A két számítási módszert összehasonlítva megállapítottuk, hogy a módszerek pontossága hasonló a kristályosodás végén kialakuló SDAS esetében, de a kristályosodási szimuláció eredménye (a mikrodúsulás mértéke) pontosabb lesz a dinamikus módszer alkalmazásával. Azt is bemutatjuk, hogy a dinamikus módszerrel az SDAS bármilyen típusú lehülési görbéből kiszámítható. A dinamikus módszert használva azt is bebizonyítottuk, hogy különböző SDAS-ok tartozhatnak ugyanahhoz a helyi kristályosodási időhöz.*

**Kulcsszavak:** szekunder dendritág; durvulás; Al-Si-ötvözet; dinamikus szimuláció

## 1. Bevezetés

Az ércékből előállított olvadék kristályosítása általában az ötvözetek gyártásának első lépése. E technológiai lépés során az olvadékból szilárd ötvözet keletkezik. Az alakítható ötvözetek mikroszerkezete teljes egészében, a hipoeutktikus öntészeti ötvözeteké részben dendrites a kristályosodás végén. A dendrites mikroszerkezet primer dendritágakból (PDA) és az azokból oldal irányban kinövő szekunder dendritágakból (SDA) áll. A dendrites mikroszerkezet nagy részét (a lehülési sebességétől függő mértékben) a szekunder dendritágak töltik ki. Alakítható ötvözetek esetében a homogenizáló hőkezelés (a mikrodúsulás megszüntetésének) ideje az átlagos szekunder dendritág távolság (SDAS) négyzetével arányosan nő, mivel az SDAS a jellemző diffúziós távolság. [1]. Az öntészeti ötvözetek fizikai és kémiai tulajdonságai (elektromos és hővezetés, korrózió) [2], mechanikai tulajdonságai (keménység, folyáshatár, végső szakítószilárdság és nyúlás) [3, 4], közvetlenül függenek a szekunder (SDAS) dendritág távolságtól. Következés képpen mindkét ötvözet típus esetében fontos az SDAS ismerete a kristályosodás paramétereinek a függvényében. A végső SDAS a lehülési görbe sebességétől függ a nagyobb lehülési sebesség kisebb SDAS-t eredményez.

Az irodalomban négy különböző modellel magyarázták az SDAS változását (a szekunder dendritágak durvulását) a kristályosodás során. Az első modellt Kattamis és munkatársai javasolták [5], akik feltételezték, hogy a szekunder dendritágak sugara azonos, kivéve néhány vékonyabb ágat. A vékony ágak visszaolvadnak a kristályosodás során a görbületi hatás miatt növelve az átlagos SDAS értékét (7. ábra). A Csernov és munkatársai [6] által javasolt második modell azt feltételezte, hogy van néhány ág, amelyek gyökerének (ahol a szekunder dendrit ág kapcsolódik a primer dendrit ághoz) a sugara kisebb, mint a többi részé, a gyökér visszaolvad és az ág elválik a primer ágtól (12. ábra). A harmadik modell, amelyet Kahlweit [7] javasol, ugyanazt az ágeloszlást feltételezi, mint az első modell, de úgy véli, hogy egyes ágak visszaolvadnak a primer ág irányába (8. ábra). A Glicksman által javasolt negyedik modell [8] két szomszédos ág összeolvadását feltételezi (13. ábra). Ezen modellek alapján egyszerű empirikus összefüggést találtak a végső SDAS ( $\lambda_2$ ) és a helyi kristályosodási idő ( $t_0$ ) között (a kísérletek eredményeivel összhangban):

$$\lambda_2 = K t_0^n, \quad (1)$$

ahol  $K$  állandó egy ötvözetre, de függ a kezdeti koncentrációtól, és  $n$  0,25 és 0,45 között változik [9–15].

A szakirodalomban található különböző analitikai és numerikus modellek az SDAS kiszámítására a kristályosodás alatt és a végén a kristályosodási idő

függvényében. Kirkwood [18] diffúziós modellt javasolt az izoterm durvulásra:

$$\lambda_2^3(t) = \frac{128 D_L \sigma T}{L m_L (1-k) C_L} t, \quad (2)$$

ahol  $t$  az idő,  $D_L$  a diffúziós együttható az olvadékban,  $\sigma$  a szilárd/olvadék határfelületi feszültség,  $T$  az abszolút hőmérséklet,  $L$  az olvadás látens hője,  $m_L$  a liquidus vonal meredeksége,  $C_L$  az olvadék egyensúlyi koncentrációja a szilárd/olvadék felületen,  $k$  a megoszlási hányados.

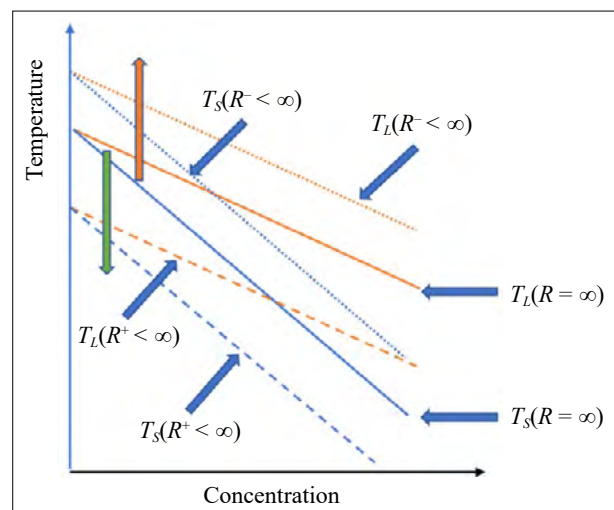
Ez a modell sikeresen megjósolhatja az ágak közötti távolságot a kristályosodás alatt és annak végén állandó (hőmérséklettől nem függő) paraméterek használatával, ha a kristályosodás hőmérséklet tartománya nem túl nagy (néhány 10 K).

Ebben a cikkben összehasonlítjuk az említett négy modellt ((1) egyenlet) és az alább ismertetett saját modellünk eredményét a korábban publikált kísérleti eredményekkel [16], hogy bemutassuk ezen modellek használhatóságát.

## 2. A durvulás elmélete

A szekunder dendritágok durvulásának a hajtóereje (hasonlóan a szilárd részecskék durvulásához egy szilárd mátrixban) a rendszer felületi energiájának csökkenése. Gibbs–Thomson-effektus értelmében a szilárd/olvadék fázishatáron az egyensúlyi koncentrációk a fázishatár görbületének a függvénye. Ennek következtében az olvadék fázisban a nagyobb koncentrációjú fázishatártól a kisebb koncentrációjú fázishatárok irányában történő diffúzió az SDA durvulását eredményezi, amint azt az alábbiakban részletesen bemutatjuk.

### 2.1. A szilárd fázis sugarának hatása az egyensúlyi koncentrációkra

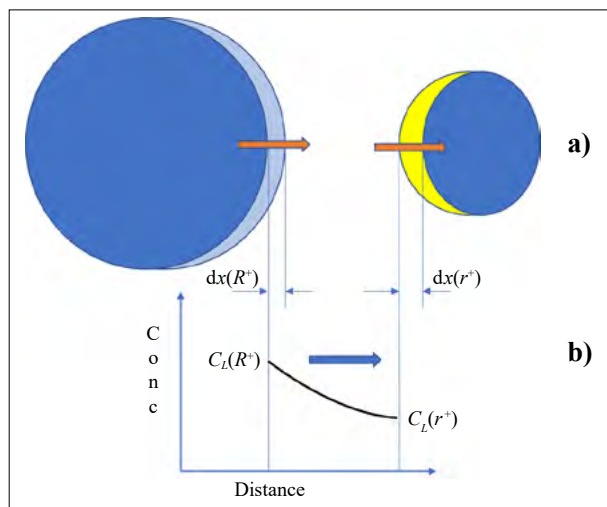


1. ábra. A szilárd fázis sugarának hatása konvex ( $R^+$ ) és konkáv ( $R^-$ ) felületek esetén

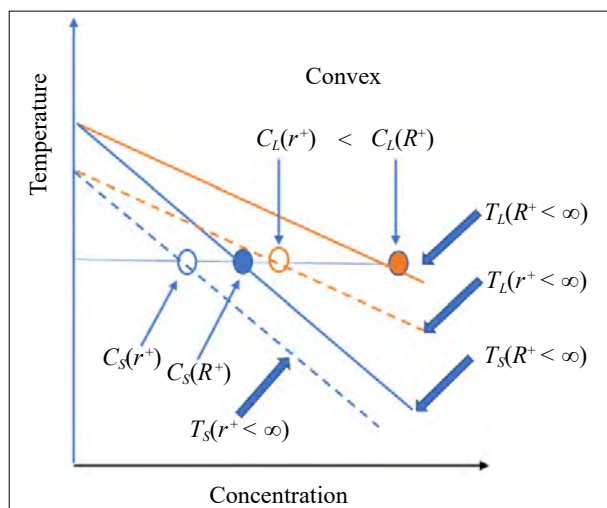
Az egyensúlyi fázisdiagram (1. ábra,  $T_L(R = \infty)$  és  $T_S(R = \infty)$ ) liquidus és solidus görbéi a koncentráció függvényében mutatják a kristályosodás kezdő és befejező hőmérsékletet (másként egy adott hőmérsékleten az egymással egyensúlyt tartó fázisok koncentrációját, ha a határfelület sík (a sugár  $R = \infty$ ). Tegyük fel, hogy a szilárd fázisnak konvex felülete van, ahol az  $R^+ < \infty$  azt jelenti, hogy a solidus és a liquidus vonalak az alacsonyabb hőmérsékletre tolnak (zöld nyíl), míg, ha a szilárd fázisnak konkáv felülete van (pl. a dendritgyökéknél), ahol  $R^- < \infty$  azt jelenti, hogy a vonalak magasabb hőmérsékletre tolnak (piros nyíl) a Gibbs–Thompson-elmélettel összhangban.

## 2.2. A durvulás folyamata

A 2a. ábra két szilárd részecske keresztmetszetét mutatja az olvadék fázisban. A részecskék felülete dom-



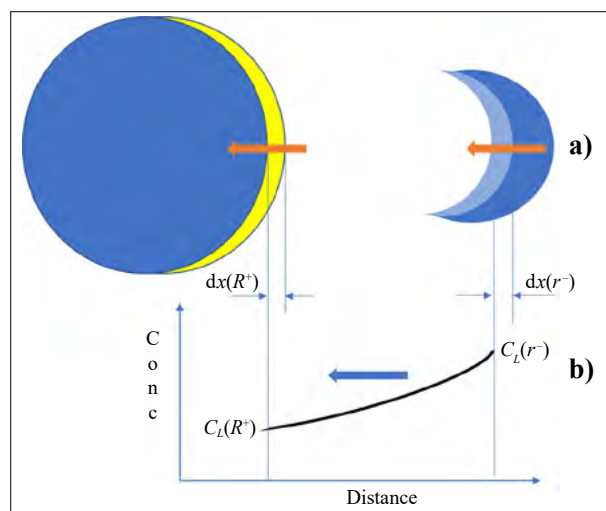
2. ábra. a) Olvadékban levő konvex felületű ( $R^+$  és  $r^+$  sugarú) nagy és kis szilárd részecske keresztmetszete; b) a koncentráció eloszlása a két részecske között az olvadék fázisban



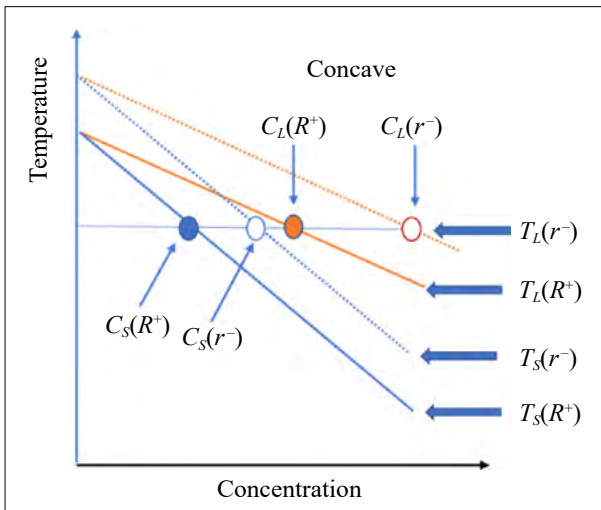
3. ábra. A folyékony és szilárd fázis egyensúlyi koncentrációja adott  $T$  hőmérsékleten. A szilárd fázisú részecske felülete domború, és  $r^+ < R^+ < \infty$

ború (konvex), és ezek sugara eltérő,  $R^+ > r^+$ . Az olvadék és a szilárd fázisok ( $C_L(R^+)$ ,  $C_L(r^+)$  és  $C_S(R^+)$ ,  $C_S(r^+)$ ) egyensúlyi koncentrációit a szilárd részecskék felületén a 3. ábra mutatja adott hőmérsékleten, ( $C_L(R^+) > C_L(r^+)$  és  $C_S(R^+) > C_S(r^+)$ ). A 2b. ábra a két szilárd részecske között a koncentráció eloszlását mutatja a folyékony fázisban, mivel  $C_L(R^+) > C_L(r^+)$ , az ötvözőelem a nagy részecskétől a kis részecske felé diffundál (kék nyíl a 3a. ábrán), csökkentve a koncentrációt a nagy részecske közelében és növelve azt a kis részecske közelében. Mivel az egyensúlyi koncentrációnak meg kell maradnia, valamennyi szilárd fázis ( $dx(R^+)$ ) megszilárdul a nagy részecske felületén, növelve a folyékony fázis koncentrációját  $dC = C_L(R^+) - C_S(R^+)$ , míg valamennyi szilárd fázis ( $dx(r^+)$ ) visszaolvad a kis részecskéből, és csökkenti a folyadékfázis koncentrációját  $dC = C_L(r^+) - C_S(r^+)$ . Ennek következtében a nagy részecske mérete nő (világoskék rész), a kicsié csökken (sárga rész). A folyamat során az  $R^+$  folyamatosan nő, az  $r^+$  csökken, a koncentrációkülönbség és ezáltal és a diffúziós sebessége is nő. Végül a kis részecske teljesen visszaolvad. A folyamat során a piros nyilak mutatják az határfelületek mozgását.

A 4. ábra azt az esetet mutatja, amikor a nagy részecske felülete domború (konvex), a kis részecske felülete pedig homorú (konvex). Ebben az esetben a  $C_L(r^-) > C_L(R^+)$  (lásd az 5. ábrát), így az ötvözőelem a kis részecskétől a nagy felé diffundál (kék nyíl a 4a. ábrán). Ennek eredményeként a kis részecske nő (világoskék rész) és a nagy visszaolvad. Ha az idő elég hosszú, a nagy teljesen visszaolvadhat. A folyamat során a piros nyilak ismét mutatják az határfelületek mozgását. A folyamat hasonló, ha a negatív sugár egyenlő vagy nagyobb, mint a pozitív, de a koncentráció más, és így a diffúzió sebessége kisebb.



4. ábra. a) Olvadékban levő nagy és kis szilárd részecskék keresztmetszete, konvex felülettel ( $R^+$ ), illetve konkáv felülettel ( $r^-$ ); b) a koncentráció eloszlása a két részecske között az olvadékban

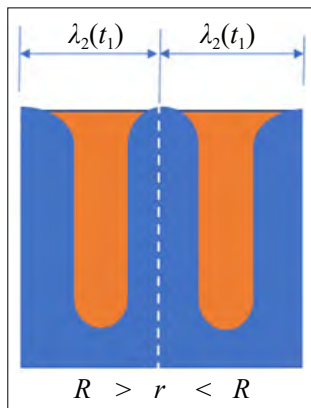


5. ábra. Az olvadék és szilárd fázis egyensúlyi koncentrációja adott  $T$  hőmérsékleten. A nagy szilárd részecske felülete domború, míg a kis szilárd részecske felülete homorú, és  $r^- < R^+ < \infty$ . Meg kell jegyezni, hogy ha a negatív sugár egyenlő vagy nagyobb, akkor a hatás pozitív sugara hasonló, de kisebb

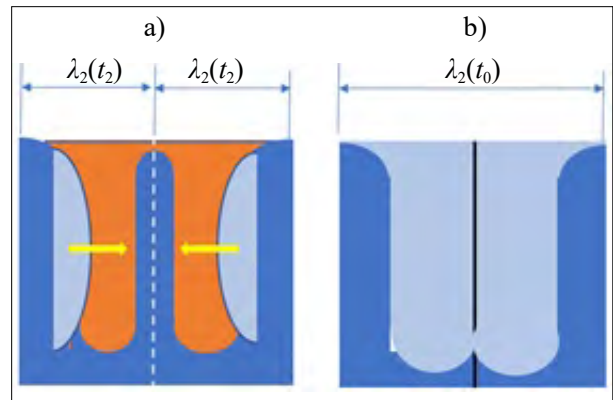
### 2.3. A szekunder dendritágok durvulásának modelljei

A szakirodalom, ahogy azt a Bevezetésben említettük, négy fizikai modellt javasol a szekunder dendritág (SDA) durvulásának magyarázatára. Ezeket a 6–10. ábra mutatja. Az ábrákon kék szín illusztrálja a szilárd fázist a  $t_1$  időpontban, világoskék a szilárd fázist, amely  $t_1$  és  $t_2$  idő között megszilárdult, piros pedig az olvadékot. A sárga nyilak az ötvözőelem diffúziójának irányát mutatják. A 6. ábrán a  $t_1$  időpontban a nagy szekunder dendritágak (SDA)  $R$  sugarú két fele között van egy másik  $r$  sugarú kicsi, ahol  $R > r$ . A szekunder dendritágtávolság (SDAS) a két ág középpontja közötti távolság (szaggatott vonalak).

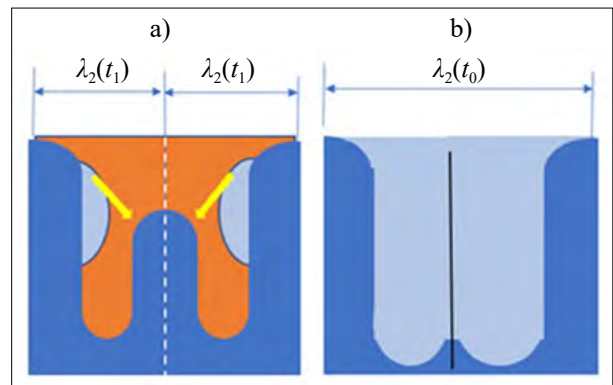
A 7. ábrán a radiális visszaolvadási modell látható [5]. A folyadékfázis koncentrációja a nagy SDA felületén nagyobb, mint a kicsinél (konvex típus), így az ágak közötti diffúzió az ötvözőelemet a nagy SDA-tól a kis SDA felé viszi. Ennek eredményeként



6. ábra. Kezdeti szerkezet, a nagy szekunder dendrit ágak (SDA) két fele nagy  $R$  sugárral, köztük egy kis  $r$  sugarú, ahol  $R > r$



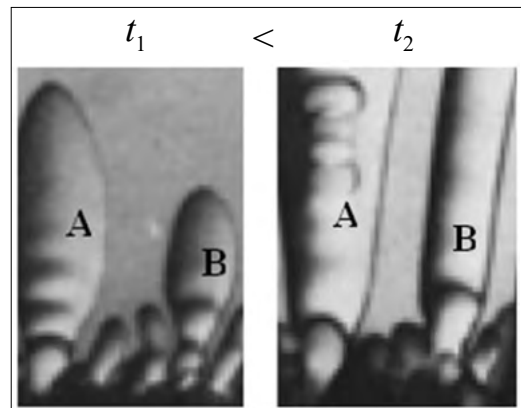
7. ábra. Radiális durvulási folyamat, konvex típusú. A mikrostrukturát a:  $t_2$  és b:  $t_0$  (helyi kristályosodási idő)  $> t_2$  időpontban



8. ábra. Az axiális durvulási folyamat modellje, konvex típusú. A mikrostruktúra az a:  $t_2$  és b:  $t_0$  (helyi kristályosodási idő)  $> t_2$  időpontban

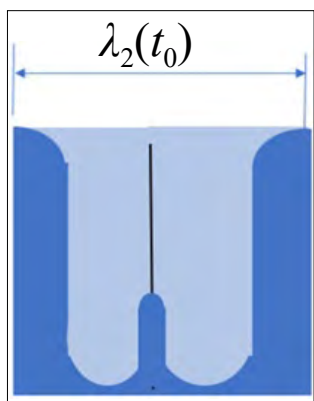
a nagy SDA növekszik, és a kicsi pedig csökken ( $t_2$  idő, 7a. ábra). Végül a kis SDA teljesen visszaolvad, és az SDAS lokálisan kétszer nagyobb lesz ( $t_0$  idő, 7b. ábra).

Az axiális modell [7] esetében koncentrációkülönbség adódik a nagy SDA és a kis SDA csúcsai között (konvex típus). Következésképpen az ötvözőelem a nagy SDA felületétől a kicsi felé diffundál,

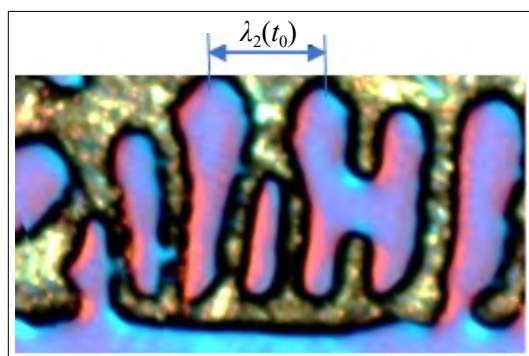


9. ábra. Axiális durvulási folyamat nagy tisztaságú succinonitrilben, konvex típus. A és B két nagy szekunder dendritág  $t_1$  és  $t_2$  időpontban [24]





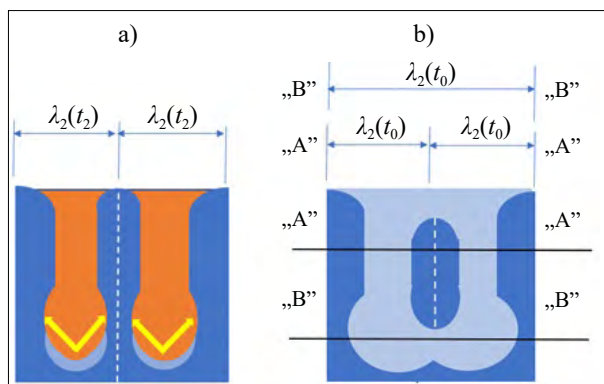
10. ábra. A kis SDA megmaradó részének modellje radiális vagy axiális visszaolvadás után



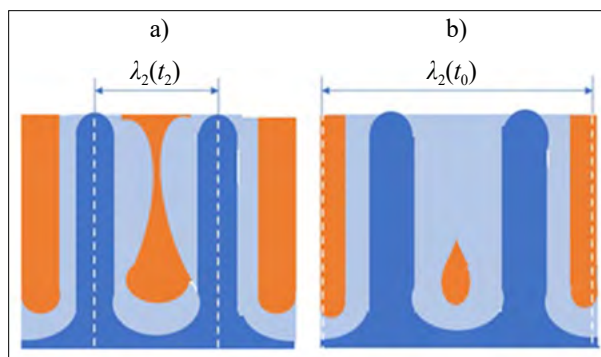
11. ábra. A kis SDA megmaradó része. Al-7% Si ötvözet [18]

majd a kicsi axiális irányban visszaolvad (8a. ábra), kétszer nagyobb lokális SDAS-t létrehozva (8b. ábra). A 9. ábrán ez a folyamat látható a tiszta succinonitril egyirányú kristályosodásánál, ahol A és B két nagy szekunder SDA a  $t_1$  és  $t_2$  időpontban [8].

Meg kell jegyezni, hogy a kis SDA egyes részei radiális és axiális visszaolvadás esetén is megmaradhatnak (10. ábra). Ebben az esetben két különböző SDAS mérhető: az „A”-„A” szakaszban a mért SDAS kétszerese az eredetinek, míg a „B”-„B” szakaszban



12. ábra. Az SDA-k gyökérének visszaolvadása, konkáv típus. Két különböző SDAS mérhető: az „A”-„A” szakaszban ugyanaz maradt, mint az eredeti, míg a „B”-„B” szakaszban kétszerese az eredetinek. A mikroszerkezet az a:  $t_2$  és b:  $t_0$  (helyi kristályosodási idő)  $> t_2$  időpontban

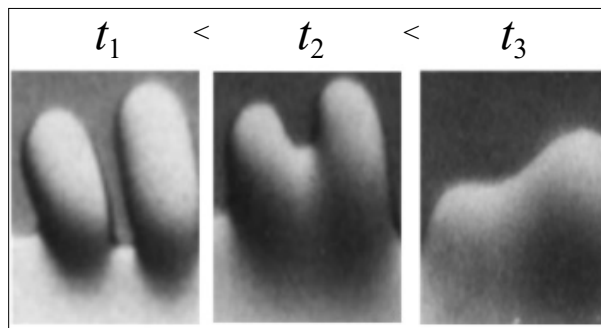


13. ábra. Az SDA-k koaleszcencia modellje. Az összeolvadás után az SDAS kétszer nagyobb, mint az eredeti. A mikrostruktúra az a:  $t_2$  és b:  $t_0$  (helyi kristályosodási idő)  $> t_2$  időpontban

ugyanaz marad, mint az eredeti. A 11. ábra ennek a folyamatnak az eredményét mutatja az egyirányúan megszilárdult Al-7%Si-ötvözet esetében.

A primer ág felszíne homorú (konkáv) az SDA-k gyökeréhez közel, ahol azok az SDA-k a primer ághoz kapcsolódnak (12. ábra) [6]. Az olvadék koncentrációja a primer ág felszínénél ( $C_L(r^-)$ ) nagyobb, mint a nagy és kis SDA-k ( $(C_L(R^+)$  és  $(C_L(r^+)$  (5. ábra)) felületén, így a diffúzió az ötvözőelemet a primer ág felszínétől a nagy és kis SDA-khoz viszi. Ennek eredményeként a nagy és kis SDA-k gyökere elkezd visszaolvadni (12a. ábra), a primer ág növekszik (homorú típus). Végül a kis SDA gyökere visszaolvad, és a fennmaradó rész a két nagy ág között bezárva marad (12b. ábra). Ebben az esetben (a 11. ábrához hasonlóan) két különböző SDA mérhető: az „A”-„A” szakaszban dupla, a „B”-„B” szakaszban pedig az eredeti.

Két szomszédos kis SDA egyszerű növekedés során összeérhet (13. ábra). Ha a két SDA kristálytani iránya azonos (az SDA között lenne némi különbség), és a két ág közötti nincsen szennyeződés (például oxid), akkor egyesülhetnek és kétszeres SDAS-szal bíró nagy SDA-t képezhetnek. A 14. ábra ezt a folyamatot mutatja be egyirányú megszilárdult succinonitril esetében [24].



14. ábra. Az SDA-ák összeolvadása nagy tisztaságú succinonitrilben, konvex típus [24]

Meg kell jegyezni, hogy ez a négy különböző „durvulási” folyamat bekövetkezhet egyszerre a kristályosodás során.

### 3. Kísérletek

#### 3.1. Ötvözet

A Hydro Aluminium Rolling Products GmbH szemcsefinomított és nem szemcsefinomított Al-7wt%Si-ötvözetet biztosított a CETSOL (Columbar Equiaxed Transition Solidification) ESA projekthez. Az ötvözet nagy tisztaságú 99,99 tömeg% Al és 99,99 tömegszázalék Si felhasználásával készült, vákuumkohászati eljárással. A szemcsefinomításhoz 0,5 tömeg% AlTi5B mesterötvözetet használtak.

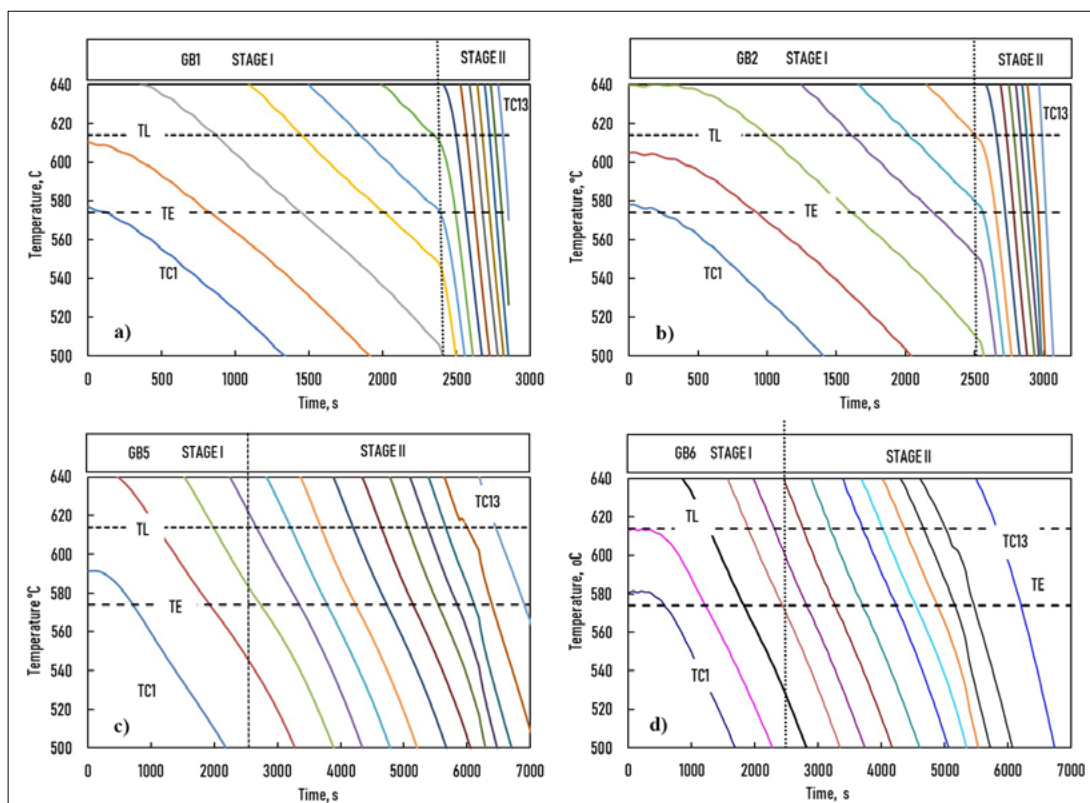
#### 3.2. Kristályosodási kísérletek

A kísérleteket függőleges négy fűtési zónával rendelkező Bridgman-típusú csökemencében végeztük. A kemence körül egy 2 pólusú mágneses induktor található, amely forgó mágneses mezőt (Rotation Magnetic Field, RMF) hoz létre. A minta átmérője 8 mm, hossza 100 mm volt. A hőmérséklet-eloszlást 13 ponton K-típusú hőelemekkel mértük. A kemence, az induktor és a mintatartó felépítésének részleteit a [10] tartalmazza.

Négy kristályosodási kísérletet végeztünk különböző paraméterekkel (1. táblázat). A minta mozgási sebessége ( $v_1$ ) az I. szakaszban 0,02 mm/s, a szakasz  $z_1$  hossza 50 mm volt, így az I. szakaszban az állandósult állapotú kristályosodási feltételeket kaptunk.

1. táblázat. GB-kísérletek paraméterei

Próba	Ötvözet	G K/mm	I. szakasz		II. szakasz		
			$v_1$ mm/s	$z_1$ mm	$v_2$ mm/s	$z_2$ mm	RMF
GB1	Al + 7wt%Si +GR	4	0,02	50	0,2	60	No
GB2	Al + 7wt%Si	4	0,02	50	0,2	60	0,5 mT
GB5	Al + 7wt%Si +GR	4	0,02	50	0,02	60	No
GB6	Al + 7wt%Si	4	0,02	50	0,02	60	0,5 mT



15. ábra. Mért lehülési görbék különböző helyeken a négy földi kísérlet TC1–TC13 hőelemeivel: a) GB1; b) GB2; c) GB5; d) GB6. A különböző színek azt jelentik, hogy különböző hőelemek mérik az adatokat

A II. szakaszban a GB1 és GB2 próbák mozgási sebessége ( $v_2$ ) 0,2 mm/s, a GB5 és GB6 próbák mozgási sebessége 0,02 mm/s, a szakasz  $z_2$  hossza 60 mm volt. A kristályosodás megkezdése előtt mind a négy mintánál 1800 másodperces termikus homogenizálást alkalmaztunk miközben 10 mT RMF-el kevertük az olvadékot. A GB2 és GB6 próbákat 0,5 mT RMF-fel kevertük a kristályosítás II. szakaszában.

### 3.3. A szekunder dendritágtávolság (SDAS) mérési módszere

A próbák hosszmetsetét a minta tengelye mentén 35 részre osztottuk. Az egyes részek szélessége 2.85 mm volt. Összesen 200 SDAS-értéket mértünk minden próbában. A szekunder ágakon egy vonalat fektettek le (merőlegesen rájuk, hosszirányban az elsődleges dendrit ágakkal), és a metszések számát manuálisan számoltuk.

A próbák mikroszerkezetének részletes elemzését [18]-ban ismertettük, ahol négy ürkísérlet eredményeit hasonlítottuk össze (a CETSOL VI projekt keretében) négy földi (GB) kísérlet eredményeivel.

### 3.4. Leülési görbék

A hőmérsékletet (lehülési görbét) 13 hőelemmel mértük (15. ábra, TC1–TC13). Az elemzés során feltételeztük, hogy a primer dendritcsúcsok és az eutektikum túlhülése elhanyagolható. Ez azt jelenti, hogy a kristályosodás a likvidusz hőmérsékleten ( $T_L$ ) kezdődött, és az eutektikus hőmérséklet ( $T_E$ ) elérésekor fejeződött be. Az elemzés részleteit két korábbi tanulmányban ismertettük [17, 18].

## 4. A szekunder dendritágtávolság (SDAS) szimulációja

### 4.1. Empirikus szimulációs módszer

A [17]-ben megmutattuk, hogy a végső szekunder dendritág távolság kiszámítható a jól ismert empirikus egyenlettel a hőmérsékleti gradiens és a szilárd/olvadék frontsebesség felhasználásával egyirányú kristályosodás esetén:

$$\begin{aligned} \lambda_2(t_0(x_s)) &= K[t_0(x_s)]^{1/3} = K\left(\frac{\Delta T(x_s)}{\dot{T}(x_s)}\right)^{1/3} \\ &= K\left(\frac{\Delta T(x_s)}{G(x_s)v(x_s)}\right)^{1/3}, \end{aligned} \quad (3)$$

ahol  $\Delta T(x_s)$  a kristályosodás hőmérséklet-tartománya,  $t_0$  a helyi szilárdulási idő  $x_s$ -nél a minta helyzete és  $K$  az ötvözet állandója,  $G$  a hőmérsékleti gradiens,  $v$  a szilárd/olvadék front mozgási sebessége.

A kristályosodás hőmérséklet tartománya a minta tényleges koncentrációjától függ.  $v$  és  $G$  a mintával együtt változott, és egy adott  $x_s$ -nél különböztek az szilárd/olvadék ( $S/L$ ) és az eutaktikum/olvadék ( $E/L$ ) frontoknál. Következésképpen a  $v_{av}(x_s)$  és a  $G_{av}(x_s)$  értékeit használtuk a számításoknál:

$$v_{av}(x_s) = \frac{v_{SL}(x_s) + v_{EL}(x_s)}{2}, \quad (4)$$

$$G_{av}(x_s) = \frac{G_{SL}(x_s) + G_{EL}(x_s)}{2}, \quad (5)$$

ahol  $v_{SL}(x_s)$ ,  $v_{EL}(x_s)$  és  $G_{SL}(x_s)$ ,  $G_{EL}(x_s)$  a frontsebességek és a hőmérsékleti gradiensek az  $S/L$  és  $E/L$  frontokon. Így:

$$\lambda_2(x_s) = K\left(\frac{\Delta T(x_s)}{G_{av}(x_s)v_{av}(x_s)}\right)^{1/3}. \quad (6)$$

Ennek a módszernek az az előnye, hogy a [18] pontban leírt módszerünkkel a  $G$  és  $v$  paramétereket a minta tetszőleges pontján ki lehet számítani, nem csak ott, ahol a hőmérsékletet az idő függvényében (lehülési görbe) mértük. A 19. ábrán összehasonlítottuk a mért és a számított SDAS-t, és az egyezés jónak mondható. Ennek a módszernek az a hátránya, hogy:

i) az SDAS kristályosodás során bekövetkező változása nem számítható ki, ezért ez a módszer nem elég jó a mikrodúsulás szimulációjához,

ii) ez a szimulációs módszer csak egyirányú kristályosításnál használható, ha a hőmérséklet-gradiens és a szilárd/olvadék frontsebessége meghatározható.

Nem egyirányú hőelvonással végzett kristályosítás esetén, amikor a hőmérséklet-gradiens és a frontsebesség nem számítható ki és csak a lehülési görbe ismert, az egyenlet egyszerű formája használható:

$$\lambda_2(t_0) = K[t_0]^{1/3}. \quad (7)$$

Ezzel az egyenlettel az a probléma, hogy nem tudja figyelembe venni a lehülési görbe alakját; ugyanazzal a helyi kristályosodási idővel, de a lehülési görbe más alakjánál ugyanazt az SDAS-t kapjuk.

### 4.2. Dinamikus szimulációs módszer

Kattamis és munkatársai [5] és Kirkwood [16] kutatásai alapján kidolgoztunk egy félempirikus numerikus modellt az SDA-k durvulásának számítására a kristályosodás során. Ez a modell a korábban bemutatott különböző durvulási folyamatokon alapul. A kezdeti SDA-k különböző vastagsággal és görbületi sugarakkal rendelkeznek. Az SDA-k között a likvidusz és az eutektikus hőmérséklet közötti keverékzónában az olvadékban diffúzió megy végbe, ez a vékony, kis görbületi sugarú szekunder dendritágak visszaolvadásához és a nagyobbak növekedéséhez vezet. Kirkwood

megadott egy függvényt az SDA-k izotherm durvulásának leírására:

$$\lambda_2^3(t) = \frac{128 D_L (T(t)) \sigma (T(t)) T}{L m_L (T(t)) [1 - k(T(t))] C_L (T(t))} t, \quad (8)$$

ahol  $D_L$  a diffúziós együttható az olvadékban,  $\sigma$  a szilárd/folyadék határfelületi energia,  $T$  az abszolút hőmérséklet,  $L$  az olvadás látens hője,  $m_L$  a liquidus vonal lejtése,  $C_L$  az olvadék egyensúlyi koncentrációja a szilárd/folyadék felületen, és  $k$  a megoszlási hányados.

Mivel a (6) egyenlet zárt formában nem integrálható, a szerzők némi egyszerűsítés után a kristályosodás végénél ( $t = t_0$ ,  $T = T_E$ ) az alábbi egyenlettel adták meg a kialakuló szekunder dendritág távolságát:

$$\lambda_2^3(t_0) = \frac{128 D_L \sigma T \ln(C_E/C_0)}{L m_L (1 - k)(C_E - C_0)} t_0, \quad (9)$$

ahol  $C_0$  és  $C_E$  az ötvözet, illetve az eutektikum koncentrációja.

Az SDAS idő függvényében történő leírására a szerző [19] numerikus megoldást javasolt a (6) egyenletre, amellyel követhető az SDAS változása a kristályosodás során:

$$\begin{aligned} \lambda_2^3(t) &= \lambda_2^3(t=0) + \\ &+ G \int_{t=0}^t \frac{D_L (T(t)) \sigma (T(t)) T}{L m_L (T(t)) [1 - k(T(t))] C_L (T(t))} dt \approx \\ &\approx \lambda_2^3(t=0) + \\ &+ G \sum_{t=0}^t \frac{D_L (T(t)) \sigma (T(t)) T}{L m_L (T(t)) [1 - k(T(t))] C_L (T(t))} \Delta t, \end{aligned} \quad (10)$$

ahol  $G$  geometriai tényező,  $\Delta t$  az időlépés.

A (6) egyenlet segítségével sikeresen kiszámítottuk az SDAS időbeli változását először egy egyirányúan kristályosodott Al-Cu [20], majd Cu-10Sn [21], Mg-Al [22] és Mg-Al-Zn [23] ötvözet esetében a mikrodúsulás szimulálásánál. Battle és Pehlke [25] összehasonlította az Al-Cu-ötvözetek kristályosodása során kialakuló mikrodúsulás kísérleti eredményeit olyan modellekkel, amelyek empirikus ((7) egyenlet) és dinamikus durvulási egyenleteket ((10) egyenlet) tartalmaztak. Megjegyezték, hogy még mindig nem lehetett megállapítani, hogy melyik megközelítés

ad pontosabb eredményeket. Mivel a szimuláció során csak a (10) egyenlettel kiszámított végső SDAS-t használták, és a (7) és (10) egyenlettel kiszámított végső SDAS gyakorlatilag azonos volt, nem volt meglepő, hogy a szimuláció eredménye is ugyanaz volt.

## 5. Eredmények

### 5.1. Anyagállandók

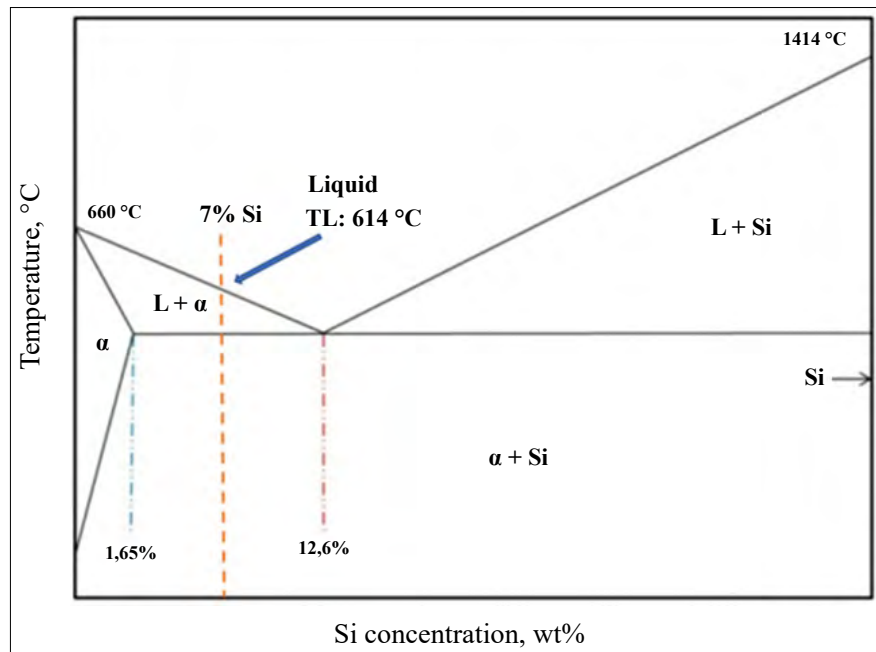
Az összes anyagi állandó a szakirodalomból származik (2. táblázat). Mivel az Al-Si-ötvözet likvidusz és szolidusz lejtése közel állandó (lásd a 16. ábrát), a liquidus meredeksége ( $m_L$ ) és a megoszlási arány ( $k$ ) állandó volt a szimuláció során. Természetesen, ha a hőmérséklettel változnak, akkor a szimuláció során figyelembe lehet venni ezeket.

### 5.2. Szimulációs módszer

Az SDAS az idő függvényében kiszámítható a  $T(t)$  lehülési görbe segítségével a dinamikus módszerrel. A szimuláció előtt tesztelnünk kellett az időlépések számának hatását a számított eredmények pontosságára. A 17. ábra a végső SDAS-t mutatja az időlépések számának függvényében. Az időlépések száma 10-ről 400-ra változott; ha 40-nél nagyobb, a végső SDAS-ok különbsége elhanyagolható. Ezért minden szimulációkban az időlépések száma egyenlő vagy nagyobb volt, mint 40. A  $\lambda_2(t=0)$  elhanyagolható, mivel hatása minimális a végső SDAS-ra [19].

### 5.3. A dinamikus módszer előnyei

A dinamikai módszer előnyeit a 18. ábra szemlélteti. A GBI minta esetében az SDAS megszilárdulás

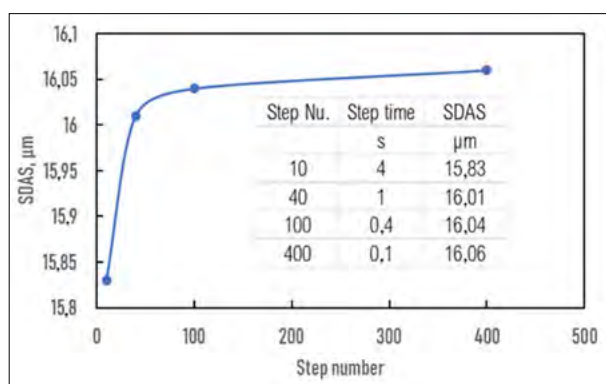


16. ábra. Al-Si egyensúlyi fázisdiagram



2. táblázat. A szimulációkban használt anyagállandók

Megoszlási hányados	$k$	0,13	t%/t%
Likvidusz lejtés	$m_L$	-6,587	K/wt%
Geometriai factor	$G$	33	–
Határfelületi energia	$\sigma$	$9,3 \times 10^{-2}$	J/m <sup>2</sup>
Latens hő	$L$	$3,97 \times 10^5$	J/kg
Si-olvadék diffusion	$D_0$	$1,3 \times 10^{-7}$	m <sup>2</sup> /s
	$Q$	30,000	J/mol
Sűrűség	$\rho$	$2,475 \times 10^3$	kg/m <sup>3</sup>
Ötvözetkoncentráció	$C_0$	7,0	wt%



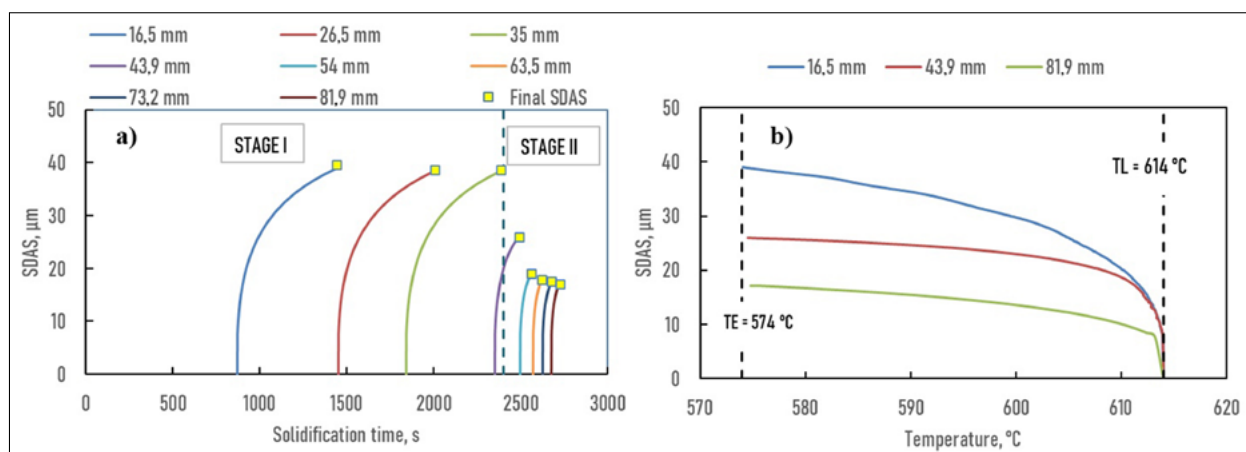
17. ábra. A szimulációk pontossága

közbeni változását mutatja az idő függvényében. Az SDAS( $t$ ) görbék akkor kezdődnek, amikor a szilárd/olvadék front eléri az adott hőelem pozícióját. A sárga négyzetek az SDAS végső értékét jelzik. A 18b. ábra az SDAS( $T$ ) függvényeket mutatja a próba három olyan pozíciója esetében, ahol a hűtési sebesség jelentősen különbözött.

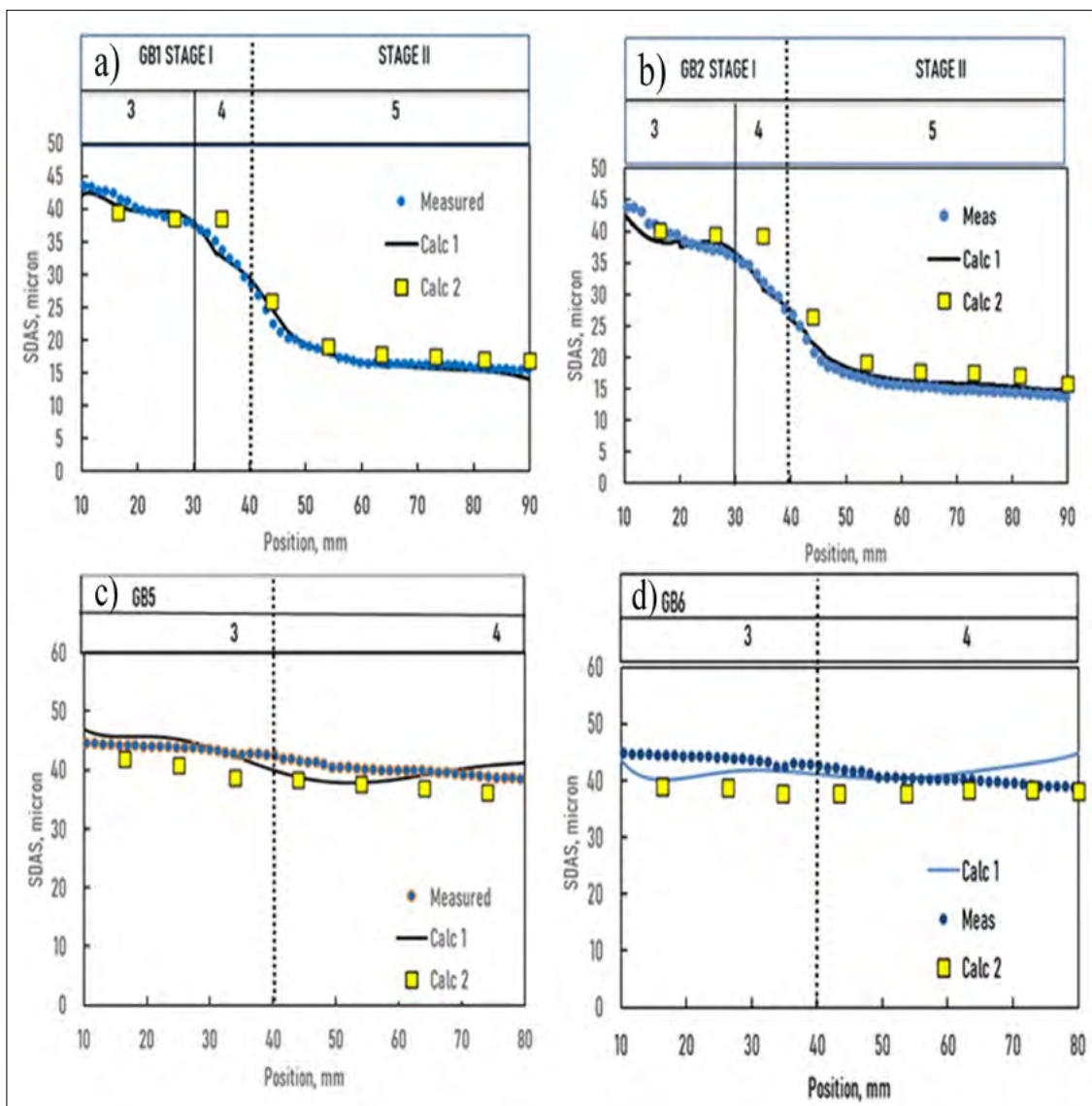
#### 5.4. A két szimulációs módszer és a mért SDAS eredményeinek összehasonlítása

A 19. ábrán az empirikus (Calc1) és a dinamikus (Calc2) szimulációs módszer eredményeit hasonlítjuk össze a mért értékekkel. Mivel a GB mintákban csak a végső SDAS-t mértük, azokat össze lehet hasonlítani mindkét szimulációs módszer eredményeivel.

A [17, 18]-ban bemutatott empirikus módszereink a próba bármelypozíciójában képes kiszámítani az átlagos hőmérsékleti gradienst ( $G_{av}$ ) és az átlagos szilárd/olvadék front sebességet ( $v_{av}$ ), majd a helyi megszilárdulási időt ( $t_0$ ). Figyelembe vehető a makrodúsulás is (a megszilárdulási hőmérséklet tartomány ( $\Delta T$ ) változásával), a végső SDAS kiszámításánál ha a (4) egyenletben szereplő  $K$ -állandó ismert. Ez a módszer nem használható, ha csak a lehülési görbét mérjük nem egyirányú kristályosodás estében. Ebben az esetben a helyi megszilárdulási idő meghatározható a lehülési görbéből. Ezenkívül nem lehet figyelembe venni a makrodúsulást (koncentrációváltozás) ((5) egyenlet) és a hűtési görbe formáját, amely megváltoztathatja a végső SDAS-t, amint azt a 6. pontban



18. ábra. SDAS az idő a) és a hőmérséklet b) függvényében. GBI-próba

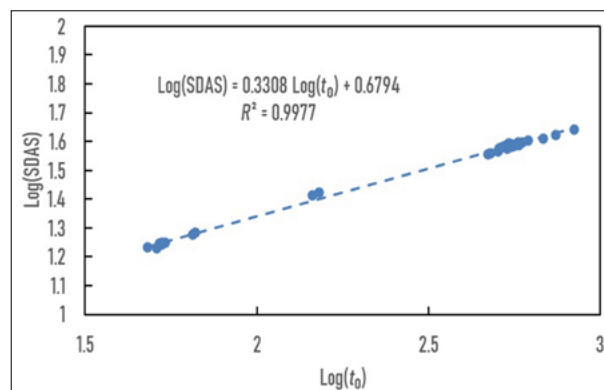


19. ábra. Számított (Calc1: empirikus módszer, Calc2: dinamikus módszer) és a végső SDAS mért értékei a próbában elfoglalt pozíció függvényében. a) GB1, b) GB2, c) GB5 és d) GB6 próba

bemutattuk. Az SDAS-t a próbák 40 pozíciójában számítottuk ki, és ezek gyakorlatilag megegyeztek a mért értékekkel az adott pozícióban (20. ábra). A  $K = 5,2$  állandót a mért SDAS segítségével határoztuk meg.

Amint azt a 18. és 19. ábrán bemutatjuk, az SDAS változása a kristályosodás közben és természetesen a kristályosodás végén kiszámítható a dinamikus szimulációval. A GB minták teljesen megolvasztott részének lehülési görbéit felhasználva (a próba hosszú volt és csak egy része volt teljesen megolvastva) (GB1, GB2 és GB6: TC3-tól TC13-ig; GB5: TC2-től TC13-ig), az SDAS-t a (8) egyenlettel számították ki. A számításhoz csak egy empirikus paramétert használtunk ( $G = 33$  geometriai paraméter), amely állandónak tűnik az alumíniumötvözetek esetében [19, 22, 23]. Ez a szimulációs módszer figyelembe veszi az összes fizikai állandó hőmérséklet függését és a lehülési görbe alakját. A szilárd oldatos ötvözetek kristályosodásá-

nak a szimulációja során ezzel a módszerrel figyelembe lehet venni az SDAS változását a kristályosodás alatt, amely befolyásolja a mikrodúsulást [19, 22, 23]. A számított végső SDAS jó egyezést mutat a mért és az empirikus módszerrel számított SDAS-értékekkel.



20. ábra.  $\text{Log}(\text{SDAS}) \sim \text{Log}(t_0)$  függvény

Az empirikus szimulációhoz hasonlóan a szimulált adatokból is meghatározható az (5) egyenlet  $K$  állandója. A 20. ábra a  $\text{Log}(\text{SDAS})$  és a  $\text{Log}(t_0)$  függvényeket mutatja. A kitevő 0,33, amely a dinamikus szimuláció attribútuma. Az egyenes állandója ( $R^2 = 0,9977$ ) 0,6794, és  $K = 10^{0,6794} = 4,779$ , ami közel azonos az empirikus szimulációs módszerrel meghatározott állandóhoz (5,2).

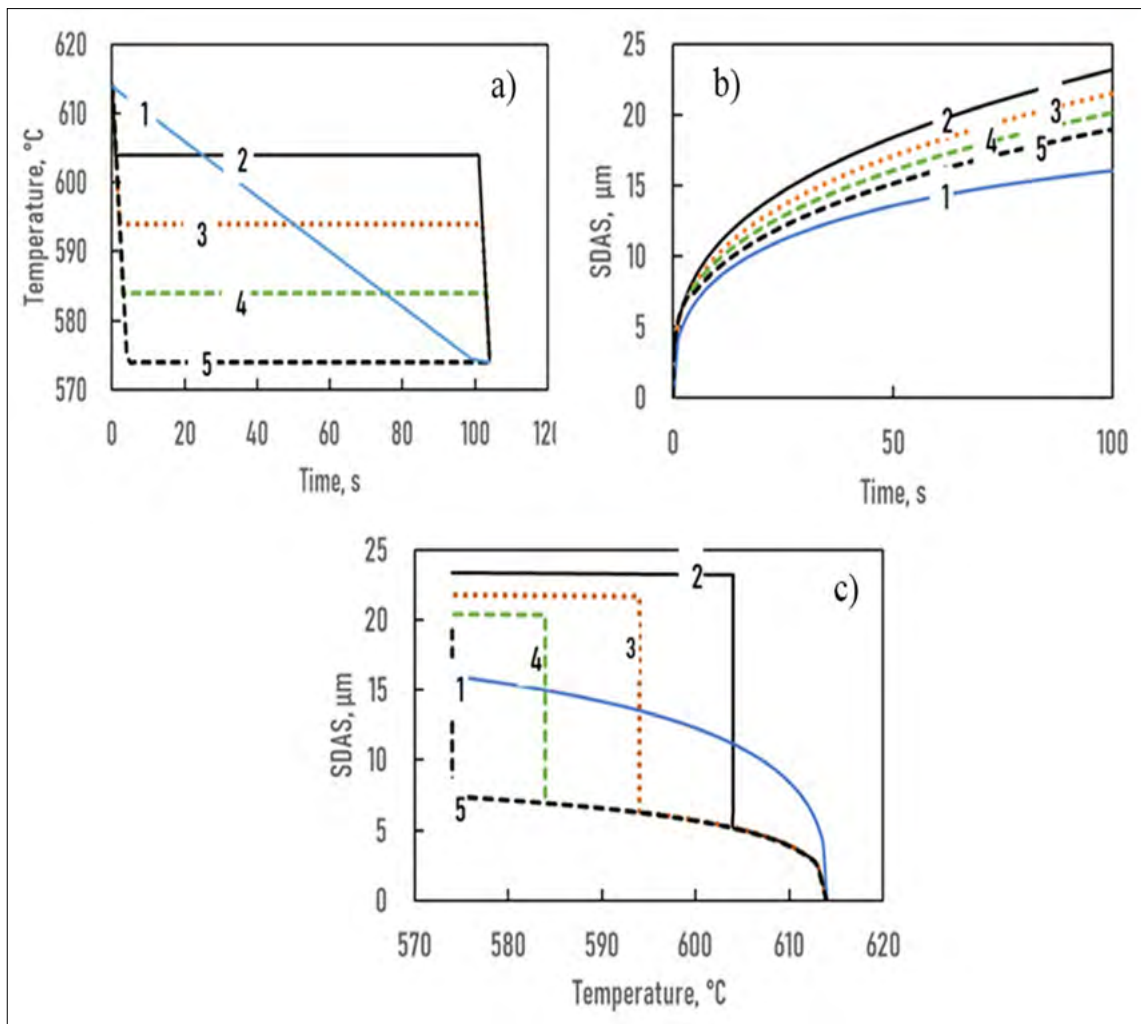
A 19. ábrán az empirikus (Calc1) és a dinamikus (Calc2) szimulációs módszer eredményeit hasonlítjuk össze a mérttel. Mivel a GB mintákban csak a végső SDAS-t mértük, összehasonlíthatjuk a két szimulációs módszer eredményeivel.

A [17, 18]-ban bemutatott empirikus módszer a próba bármely pozíciójában képes kiszámítani az átlagos hőmérsékleti gradienst ( $G_{av}$ ) és az átlagos szilárd/olvadék frontsebességet ( $v_{av}$ ), majd a helyi megszilárdulási időt ( $t_0$ ) figyelembe véve a makrodúsulást (a megszilárdulási hőmérséklet-tartomány ( $\Delta T$ ) változtatásával) a végső SDAS kiszámítható, ha a (4) egyenletben szereplő  $K$  állandó ismert. Ez a módszer nem használható, ha csak a lehülési görbét mérik nem irányított kristá-

lyosodás esetében. Ekkor a helyi megszilárdulási idő meghatározható a lehülési görbéből, nem lehet azonban figyelembe venni a makrodúsulást és a lehülési görbe alakját, amely megváltoztathatja a végső SDAS-t, amint azt a 6. pontban bemutatjuk. Az SDAS-t a próbák 40 pozíciójában számították ki, és ezek gyakorlatilag megegyeztek a mért pozícióval (20. ábra). A  $K = 5,2$  állandót a mért SDAS segítségével határoztuk meg.

### 5.5. A hűtési görbék alakjának hatása

Az SDAS és a helyi megszilárdulási idő között az összes eddigi modell és méréssel meghatározott összefüggés is a lehülési görbe formájától független függvényt ad. Ez azt jelenti, hogy ha a helyi megszilárdulási idő azonos, akkor az SDAS is az. A (8) egyenlet segítségével a lehülési görbék formájának hatását mutatjuk be az SDAS-ra. A 21. ábrán a helyi megszilárdulási idő 104 s minden típusú hűtési görbe esetében (21a. ábra). A lehülési görbék részleteit a 3. táblázat mutatja. A 2–5. próbákat 10 K/s-al lehűtöttük a TL és a TE közötti  $T$  hőmérsékletekre, 100



21. ábra. A hőmérséklet hatása az SDAS-ra izoterm durvulás során. a) Hőmérséklet ~ idő, b) SDAS ~ idő és c) SDAS ~ hőmérséklet. Helyi kristályosodási idő ( $t_0$ ): 104 s

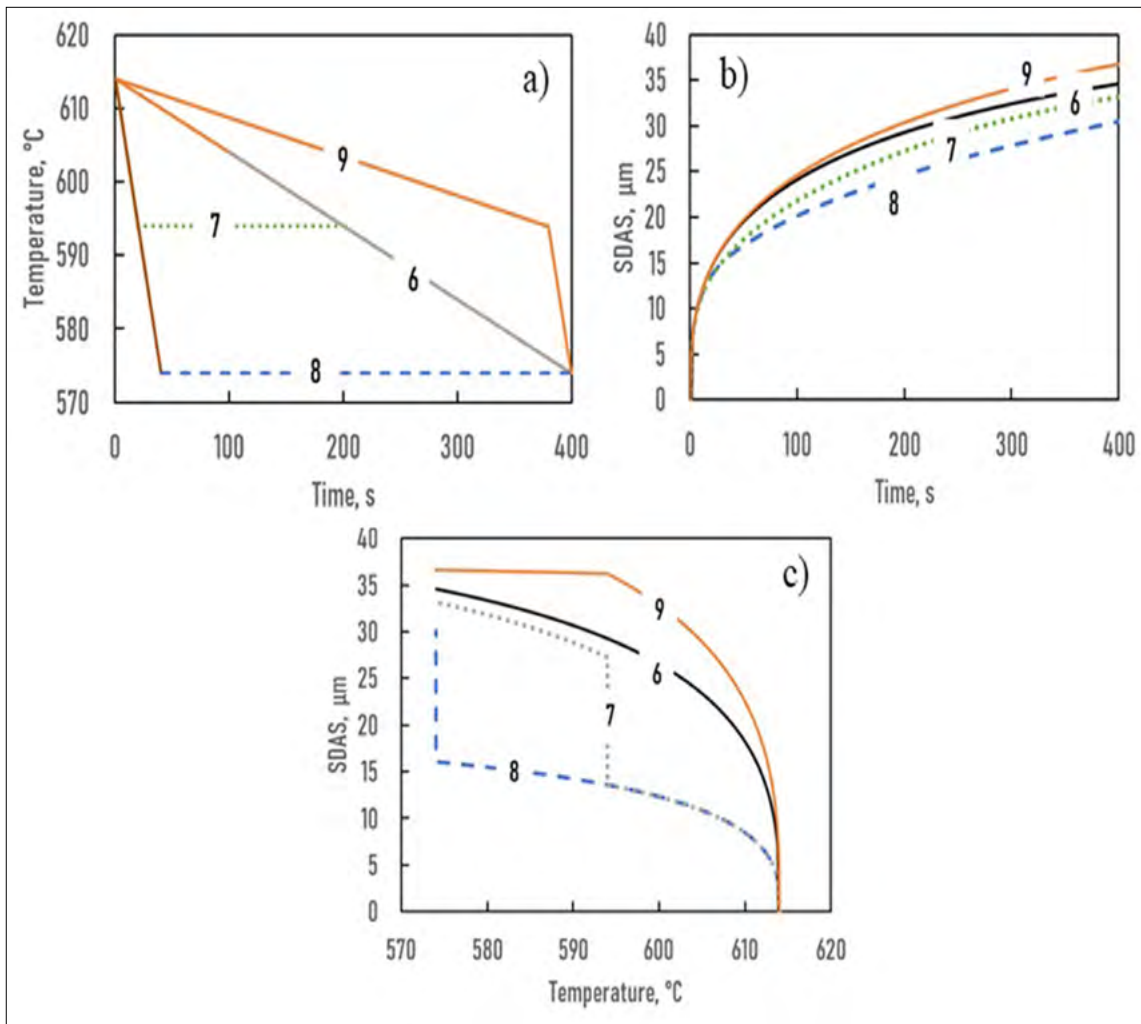
3. táblázat. Hőmérséklet–idő útvonalak

Próba	$T_1$ start °C	$T$ Stop °C	Lehül. seb. K/s	Tartás s	$T_2$ Start °C	$T_2$ Stop °C	Lehül. seb. K/s	SDAS $\mu\text{m}$	Fs %
1	614	574	0,384	–	–	–	–	16,2	
2	614	604	10	100	604	RT	10	23,4	16
3	614	594	10	100	594	RT	10	21,8	31
4	614	584	10	100	584	RT	10	20,4	42
5	614	575	10	100	575	RT	10	19,3	51

SDAS<sub>max</sub>/SDAS<sub>min</sub> = 23,4/16,2 = 1,44

másodpercig ezen a hőmérsékleten tartottuk, majd a  $TE$  alá ismét 10 K/s-al lehűtöttük. A gyakorlatban hasonló lehülési görbék léteznek az izoterm durvulási kísérleteknél és a félszilárd vagy reocastingnál. A kiszámított SDAS-t összehasonlítottuk az 1. próba SDAS-ával, amelyet folyamatosan hűtöttünk (hasonlóan a BG mintákhoz). A 2–5. minta az adott hő-

mérsékleten a szilárd fázis különböző frakcióit tartalmazta (lásd a 3. táblázatot). A teljes megszilárdulás után ezek a minták két szilárd frakciót tartalmaznak; az egyik durva lesz, és az izotermán tartás során alakult ki, a másik finomabb, és az izotermáról történő gyors hűtés során alakult ki. Látható, hogy a durvulási kinetika ( $SDAS(t)$ ) eltérő; a legkisebb SDAS-t az



22. ábra. A különböző hűtési görbék hatása az SDAS durvaságára. a) Hőmérséklet ~ idő, b) SDAS ~ idő és c) SDAS ~ hőmérséklet. Helyi kristályosodási idő ( $t_0$ ): 400 s



4. táblázat. Hőmérséklet–idő útvonalak

Próba	$T_1$ start °C	$T$ Stop °C	Lehül. seb. K/s	Tartás s	$T_2$ Start °C	$T_2$ Stop °C	Lehül. seb. K/s	SDAS $\mu\text{m}$	Fs %
6	614	RT	0,1	–	–	–	–	34,6	–
7	614	594	1,0	180	594	RT	1	33,0	31
8	614	575	1,0	360	–	–	–	29,3	51
9	614	594	0,052	–	594	RT	1	36,7	31

SDAS<sub>max</sub>/SDAS<sub>min</sub> = 36,7/29,3 = 1,25

1. minta esetében kaptuk (16,2  $\mu\text{m}$ ), a legnagyobbat pedig a 2. minta esetében, amelyet a  $TE$  felett tartottunk (23,4  $\mu\text{m}$ ) (21b. ábra). A különbség az izoterma hőmérsékletének csökkenésével nő (21c. ábra). A maximális arány 1,44.

A 22. ábrán a helyi megszilárdulási idő 400 s a négy különböző alakú lehülési görbe esetében (4. táblázat). A 6. próbát folyamatosan 0,1 K/s sebességgel hűtjük le a  $TE$  hőmérsékletre. A 7. próbát 1,0 K/s-mal 594 °C-ra hűtjük, ezen a hőmérsékleten tartjuk 180 másodpercig, majd ezt követően 1,0 K/s hőmérsékleten lehűtjük a  $TE$  hőmérséklet alá. A szilárd frakció 594 °C-on 31%, hasonlóan a 3. mintához, de mivel a 7. próba izoterm durvulás után folyamatosan lehül a  $TE$  hőmérsékletre, a mikroszerkezet egyenletesebben durvább. A 8. próba hasonló az 5. próbához, de a hűtési sebesség 1,0 K/s, a hőntartási idő pedig 360 s kevéssel az eutektikus hőmérséklet felett. A 9. mintát 594 °C-ra hűtjük 0,052 K/s sebességgel, majd közvetlenül a  $TE$  alá 1,0 K/s lehülési sebességgel. A szilárd frakció ebben az esetben is 31%, amikor a hűtési sebesség változik. A mikroszerkezet egyenletes és durva, mint a 6. mintában. A 22b. ábra az SDAS változását mutatja az idő, a 22c. ábra a hőmérséklet függvényében.

A fenti virtuális kísérletek igazolják, hogy azonos helyi megszilárdulási időhöz különböző végső szekunder távolság tartozhat a lehülési görbe alakjától függően.

## 6. Összefoglalás és következtetések

Jól ismert, hogy a szekunder dendritágak távolsága megváltozik a kristályosodás során. A szekunder dendritág durvulásának a hajtóereje a rendszer felületi energiájának csökkenése. A szilárd fázis felületén az olvadék fázis egyensúlyi koncentrációja a szilárd fázis görbületétől függ. Következésképpen az olvadék fázisban a nagyobb koncentrációjú felületről az alacsonyabb koncentrációjú felülethez történő diffúzió az SDA durvulását eredményezi. Négy különböző folyamat eredményezi az SDA durvítását: axiális, radiális és a gyökér visszaolvadása, va-

lamint az SDA összeolvadása, amint azt részletesen bemutattuk.

Általában empirikus egyenletet használnak a végső SDAS kiszámításához: A helyi kristályosodási idő közvetlenül meghatározható a lehülési görbéről vagy az átlagos szilárd/olvadék határ sebességéből és hőmérsékleti gradiensből, figyelembe véve a kristályosodási hőmérséklet-intervallumot. Kirkwood [16] egy félempirikus függvényt határozott meg az SDA izoterm durvulásának leírására, amelyet kiterjesztettek a változó hőmérsékletre (folyamatos hűtés) a dinamikai módszer kifejlesztésével [19].

A két szimulációs módszer eredményeit összehasonlítottuk négy korábban Al-7%Si-ötvezettel végzett egyirányú megszilárdítási kísérlet eredményeivel [17].

A szimulációk és a kísérletek eredményeinek összehasonlítása alapján a következőket állapítottuk meg:

i) A két szimulációs módszer elég jól leírja a mért végső SDAS-t ( $t_0$ -nál). Az empirikus módszerrel a végső SDAS-t a próba tetszőleges helyén lehet kiszámítani a helyi megszilárdulási idő ismeretében, a dinamikus szimulációhoz ismernie kell a lehülési görbét, így csak a próba azon pontján számítható ki a végső SDAS, ahol az ismert.

ii) Az empirikus módszerrel csak a végleges SDAS-t lehet kiszámítani; a dinamikai módszerrel a kristályosodás során változó SDAS is kiszámítható. A dinamikus módszer alkalmazásával a kristályosodási szimuláció (a mikroszegregáció) eredményei pontosabbak lesznek.

iii) A dinamikus szimulációval bebizonyítottuk, hogy a végső SDAS a lehülési görbe alakjától is függ, amely a kristályosodás során változhat. A dinamikus módszer figyelembe veheti a hűtési görbe formáját, és így bármilyen típusú kristályosodáshoz használható.

iv) Ellentétben azzal a jelenlegi elképzeléssel, hogy egy helyi kristályosodási időhöz egy SDAS tartozik, bebizonyosodott, hogy ez nem így van, a különböző alakú lehülési görbékhez azonos helyi kristályosodási idő esetén is különböző SDAS tartozhat. Az SDAS-ok közötti különbség akár ~50% is lehet.

## Támogatás

A kutatás a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal ANN 130946 számú pályázatának támogatásával valósult meg. A kutatást az Európai Űrügynökség is finanszírozta a CETSOL/HUNGARY ESA PRODEX (No. 4000131880/NL/SH) és az FWF-NKFIN (130946 ANN) közös projekt keretében.

## IRODALOM

- [1] Metall, 1984, 32, 1745–1754. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(84\)90231-1](https://doi.org/10.1016/0001-6160(84)90231-1)
- [2] Osório W. R., Goulart P. R., Garcia A., Santos G. A., Moura-Neto C. (2006): Effect of dendritic arm spacing on mechanical properties and corrosion resistance of Al 9 Wt Pct Si and Zn 27 Wt Pct Al alloys. *Metall. Mater. Trans. A*, 37, 2525–2538. <https://doi.org/10.1007/BF02586225>
- [3] Rao D. H., Tagore G. R. N., Janardhana G. R. (2010): Evolution of Artificial Neural Network (ANN) model for predicting secondary dendrite arm spacing in aluminium alloy casting. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, 32, 276–281. <https://doi.org/10.1590/S1678-58782010000300011>
- [4] Zamani M. (2015): Al-Si Cast Alloys – Microstructure and Mechanical Properties at Ambient and Elevated Temperature. PhD Thesis, Research Series from the School of Engineering, Jönköping University, Department of Materials and Manufacturing, Dissertation Series No. 7; ISBN 978-91-87289-08-8.
- [5] Kattamis T. Z., Coughlin J. M., Flemings M. C. (1967): Influence of coarsening on dendrite arm spacing of aluminum-copper alloys. *Trans. TMS-AIME*, 239, 1504.
- [6] Chernov A. A. (1956): Estimation of transformation times for inclusions and dendritic crystals. *Kristallografiya*, 1, 583.
- [7] Kahlweit M. (1968): On the ageing of dendrites. *Scr. Metall.*, 2, 251–254. [https://doi.org/10.1016/0036-9748\(68\)90115-4](https://doi.org/10.1016/0036-9748(68)90115-4)
- [8] Huang S. C., Glicksman M. E. (1981): Fundamental of dendritic solidification II. Development of sidebranch structure. *Acta Metall.*, 29, 717–734. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(81\)90116-4](https://doi.org/10.1016/0001-6160(81)90116-4)
- [9] Ramirez-Vidaurre L. E., Castro-Rom M., Herrera-Trejo M., Fraga-Chavez K. L. (2022): Secondary dendritic arm spacing and cooling rate relationship for an ASTM F75 alloy. *Mater. Res. Technol.*, 19, 5049–5065. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2022.06.146>
- [10] Üstün E. (2022): Airline. Effect of growth rate on coarsening of secondary dendrite arm spacings, in directionally solidified of Al-8.8La-1.2Ni ternary alloy. *Arch. Metall. Mater.*, 6, 931–938. <https://doi.org/10.24425/amm.2022.139685>
- [11] Ferreira A. F., Castro J. A., Ferreira J. A. (2017): Predicting secondary-dendrite arm spacing of the Al-4.5wt%Cu alloy during unidirectional solidification. *Mat. Res.*, 20, 68–75. <https://doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2015-0150>
- [12] Natsume Y., Ishida H. (2010): Characterization of dendrite morphology for Al-based alloy by phase-field model. *The Japan Institute of Light Metals*, pp. 1746–1751.
- [13] Milenkovic S., Rahimian M., Sabirov I., Maestro L. (2014): Effect of solidification parameters on the secondary dendrite arm spacing in MAR M-247 superalloy determined by a novel approach. *MATEC Web Conf.*, 14, 13004. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20141413004>
- [14] Rontó V., Roósz A. (2001): The effect of cooling rate and composition on the secondary dendrite arm spacing during solidification. Part I: Al-Cu-Si alloys. *Int. J. Cast Met. Res.*, 13, 337–342. <https://doi.org/10.1080/013640461.2001.11819415>
- [15] Rontó V., Roósz A. (2001): The effect of the cooling rate or the local solidification time and composition on the secondary dendrite arm spacing during solidification PART II: Al-Mg-Si alloys. *Int. J. Cast Met. Res.*, 14, 131–135 <https://doi.org/10.1080/013640461.2001.11819431>
- [16] Kirkwood D. H. (1985): A simple model for dendrite arm coarsening during solidification. *Mater. Sci. Eng.*, 73, L1–L4. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(85\)90319-2](https://doi.org/10.1016/0025-5416(85)90319-2)
- [17] Roósz A., Rónaföldi A., Li Y., Mangelinck-Noël N., Zimmermann G., Nguyen-Thi H., Svéda M., Veres Z. (2022): Microstructure analysis of Al-7 wt% Si alloy solidified on Earth compared to similar experiments in microgravity. *Crystals*, 12, 1226. <https://doi.org/10.3390/cryst12091226>
- [18] Roósz A., Rónaföldi A., Li Y., Mangelinck-Noël N., Zimmermann G., Nguyen-Thi H., Svéda M., Veres Z. (2022): Influence of solidification parameters on the amount of eutectic and secondary arm spacing of Al-7wt% Si alloy solidified under microgravity. *Crystals*, 12, 414. <https://doi.org/10.3390/cryst12030414>
- [19] Roósz A. (1988): The effect of temperature gradient and primary arm tip velocity on secondary dendrite arm spacing at steady-state conditions solidification. *Cast Metals*, 1, 223–226. <http://dx.doi.org/10.1080/09534962.1988.11818972>
- [20] Halder E., Roósz A., Exner H. E., Fischmeister H. F. (1987): Numerical calculation of the concentration distribution during the solidification of binary alloys allowing for dendrite arm coarsening. *Mater. Sci. Forum*, 13–14, 547–558. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.13-14.547>
- [21] Kumoto E. A., Alhadeff R. O., Martorano M. A. (2002): Microsegregation and dendrite arm coarsening in tin bronze. *Mater. Sci. Technol.*, 18, 1001. <https://doi.org/10.1179/026708302225005882>
- [22] Paliwal M., Kang D. H., Essadiqi E., Jung I. (2014): Variations of microsegregation and second phase fraction of binary Mg-Al alloys with solidification parameters. *Metall. Mater. Trans. A*, 45, 3308–3320. <https://doi.org/10.1007/s11661-014-2265-6>
- [23] Paliwal M., Kang D. H., Essadiqi E., Jung I. (2014): The evolution of As-cast microstructure of ternary Mg-Al-Zn alloys: An experimental and modelling study. *Metall. Mater. Trans. A*, 45, 3596–3608. <https://doi.org/10.1007/s11661-014-2288-z>
- [24] Glicksman M. (2022): Personal notification. University of Florida, USA
- [25] Battle T. P., Pehlke R. D. (1990): Mathematical modelling of microsegregation in binary metallic alloys. *Metall. Trans.*, 21, 357–375.