# Kőzetek hasításának fizikai folyamatairól

# On the physical processes of rock cleavage

OMASZTA ISTVÁN
okleveles bányagépész- és villamosmérnök,
okleveles mérnök-közgazdász
E-mail: omaszta1957@gmail.com

*Napjainkban az energiahatékonyság fontos kérdéssé vált. Nem mondhatunk le a kőzetek jövesztéséről, a bányászatról, tovább kell keresni az energiafogyasztás minimalizálásának lehetőségeit. Elő kell segíteni az alkalmazott kőzetbontó szerszámok optimális kialakítását az energiaköltségek, valamint a fellépő kopás költségeinek optimalizálásával* [3]. *A jelen munkában kívánom leírni egy egyszerű esetben, a kőzethasításkor lejátszódó fizikai folyamatot egy kvázistatikus fizikai modell segítségével. A jelenség dinamikus leírása* [1] *most nem célunk, így nem célunk továbbá a vágóerő sztochasztikus tulajdonságának leírása* [2] *sem.*

*A vágóerő meghatározása és az energetikai jellemzők ismerete központi jelentőséggel bír, erre támaszkodva lehetséges a kőzetek vágásakor használt eszközök tökéletesítése* [3]. *Továbbra is, mint az ezt megelőző írásomban* [4], *az Evans által tárgyalt hasítási feladat* [5] *teljes fizikai leírását tűztem ki célul: a szerszám behatolásától kezdve, a törés bekövetkezésén keresztül, a kőforgács lehasadásáig.*

*Egy ilyen leírást olvashatunk kúp formájú szerszámokra* [6], *ahol a vágóerőre egy elméleti modellt dolgoztak ki a szerzők, valamint regresszióanalízissel hasonlították össze a kísérleti adatokat és az elmélet adta számítások eredményeit. Az erő–behatolás függvény alakját meghatározták* [7] *a törés bekövetkeztéig, ami sok tekintetben elméleti egyezést mutat a kísérleti eredményekkel* [8]. *Az erő–behatolás T(p) függvény meghatározása az alapját képezi minden további elemzésnek. A modell egy egyszerű b szélességű, síklapokkal határolt, θ félvágószögű vágóél, amely nem ideálisan „éles", azaz tompaságát Q ≠ 0 lekerekítéssel vesszük figyelembe. Az elrendezést az 1a,b. ábrán mutatjuk be. A ∞ negyedtér rögzített.*

***Kulcsszavak:*** *hasítási elmélet, vágóél, forgácsoló erő, repedés terjedése*

*Nowadays, energy efficiency has become an important issue. We cannot give up on the extraction of rocks and mining, we must continue to look for ways to minimize energy consumption. The optimal design of the used cutting tools must be promoted by optimizing energy costs and the costs of wear and tear* [3]. *In this work, I want to describe the physical process taking place during rock splitting in a simple case using a quasi-static physical model. The dynamic description of the phenomenon* [1] *is not our goal now, so neither is the description of the stochastic property of the cutting force* [2].

*The determination of the cutting force and the knowledge of the energetic characteristics are of central importance, based on this it is possible to improve the tools used for cutting rocks* [3]. *As in my previous article* [4], *I set out to provide a complete physical description of the splitting task* [5] *discussed by Evans: from the penetration of the tool, through the occurrence of the fracture, to the splitting of the stone chips.*

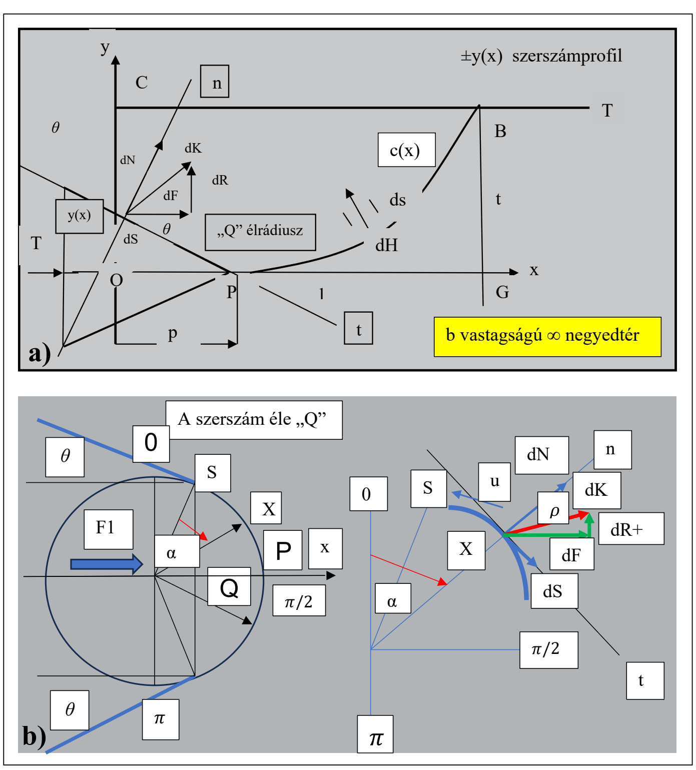
***Keywords:*** *splitting theory, cutting edge, cutting force, crack moving*

## 1. A behatolás fázisának egyenletei

A szerszám (vágóél) az $x$–$y$ koordinátarendszer origójában hatol be az $y$ tengely és a T sík által határolt $\infty$ negyedtért kitöltő kőzetbe, a P ponton lép be, és az $x$ tengely mentén halad előre. Az első fázisban a „tompa" él $Q$ rádiuszával határolt henger nyomul be a kőzetbe, ami az S pontig tart, ahol a behatolás eléri az ékhatást kifejtő $\theta$ szögű lejtőt. A behatoláskor az anyag az ékfelület $p$ nyomásának hatására porrá omlik össze. A szerszám az elemi felületdarabon d$N$ normálerőt fejt ki az anyagra, és az elmozdulás hatására mozgásba jövő tömör porrétegre hat a d$S$ elemi súrlódási erő. Az ék és a még intakt anyag között porágy helyezkedik el, ami egyfajta „hidraulikus" állapottal jár, amit a porrá tört anyag fizikai jellemzői biztosítanak [8]. Mindenesetre a hidraulikus állapot [11] bevezetése biztosítja, hogy az elemi d$N$ normálerő számítható a porágy $p$ nyomása szerint:

$$\mathrm{d}N = p\,\mathrm{d}A \geq \sigma_1\,\mathrm{d}A,$$
$$\mathrm{d}S = \mu\,\mathrm{d}N$$

az egyenlőség a porrá töréskor érvényes. A folyamat igen bonyolult, a továbbaprózódást és egyéb kísérőjelenségeket most nem vesszük figyelembe. Igaz, az előtoló erő munkája fedez minden energiaigényt, ami a hasításkor fellép. A d$A$ az elemi felület és az anyag nyomó-törőszilárdsága, a porrá való összenyomás törőfeszültsége. A porágyban működik a $p$ nyomás által a felületre kifejtett elemi erő d$N$. Az elmozdulás, ill. a por $u$ áramlási sebessége okozta poráramlás által gerjesztett súrlódás $\mathrm{d}S = \mu\,\mathrm{d}N = \mu\,\sigma_1\,\mathrm{d}A$, ahol $\mu = \tan\rho$ a súrlódási faktor és a $\rho$ súrlódási szög tangense.




*1. ábra.*

### *1.1. Az elemi felületi erők meghatározása*

Ennek a feltételnek az [1] bevezetésével felírhatjuk azokat az egyenleteket, amelyek a kis sugarú hengerfelülettel határolt élre vonatkoznak. Felhasználjuk az ék felületéhez illesztett helyi koordinátarendszer $n$ és $t$ tengelyét az egységvektorokkal:

$$\overrightarrow{\mathrm{d}K} = \overrightarrow{\mathrm{d}N} + \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \sigma_1 \mathrm{d}A\vec{n} + \mu\sigma_1 \mathrm{d}A\vec{t}\,. \qquad (1)$$

A globális $x$–$y$ koordinátarendszer $(i, j)$ és a lokális $(n,\ t)$ egységvektorok közötti transzformációs összefüggés egy általánosságban a koordinátatranszformáció és az egységvektorok segítségével felírható:

$$\begin{pmatrix}\vec{n}\\ \vec{t}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\sin\alpha & \cos\alpha\\ \cos\alpha & -\sin\alpha\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\vec{i}\\ \vec{j}\end{pmatrix}, \qquad (2)$$

mivel másfelől a globális koordináták szerinti elemi erők az előtoló erő $\overrightarrow{\mathrm{d}F}$ és a repesztőerő $\overrightarrow{\mathrm{d}R}$ komponensei -nak adódik (az előtolás iránya $\vec{e} = e\vec{i}$ ):

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{d}K} &= \overrightarrow{\mathrm{d}F} + \overrightarrow{\mathrm{d}R}\\ &= \sigma_1 \mathrm{d}A(\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j})\\ &+ \mu\sigma_1 \mathrm{d}A(\cos\alpha\vec{i} - \sin\alpha\,\vec{j}).\end{aligned}$$

Az egyenleteket komponensenként szétválasztva kapjuk a globális elemi erőkomponenseket, amelyeket az A felületre integrálva kapjuk meg az eredő erőket a lokális $\alpha$ szög és a $\mu = \tan\rho = \mathrm{d}S/\mathrm{d}N$ súrlódási szög függvényében:

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}(\alpha) = \mathrm{d}F\vec{i} = \sigma_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\mathrm{d}A\vec{i}\,, \qquad (3)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{d}R}(\alpha) = \mathrm{d}R\,\vec{j} = \sigma_1(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)\mathrm{d}A\,\vec{j}. \qquad (4)$$

### *1.2. A „tompa" vágóél okozta erőhatás*

A vágóél $Q$ sugarú hengerfelület, ezért $\mathrm{d}A = b\,Q\,\mathrm{d}\alpha$, és így a d$F$ és d$R$-re a hengerfelületre (3) és (4) alapján következik:

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F}(\alpha) = \sigma_1 bQ(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)d\alpha, \qquad (5)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{d}R}(\alpha) = \sigma_1 bQ(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)d\alpha. \qquad (6)$$

Az eredő erőkre az α tartományra számított általánosan érvényes egyenleteket nyerünk:

$$F_1(\theta) = 2\sigma_1 bQ\int_{\alpha=\theta}^{\pi/2}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\mathrm{d}\alpha, \qquad (7)$$

$$F_1(\theta) = 2\sigma_1 bQ\left[\cos\theta + \mu(1-\sin\theta)\right]. \qquad (8)$$

A repesztő $R_1$ erő integrálja a teljes felületre a szimmetria okán nullát eredményez. Ennek az erőnek csak az egyik, a nyitott felület felé mutató komponensét számoljuk ki, amely a $t$ vastagságú forgácsot választja le a $b$ vastagságú $\infty$ negyedtérről. Ezért $dR_1$-gyel számolunk (1 jelzi az első behatolási szakaszt):

$$R_1(\theta) = \sigma_1 b Q \int_{\alpha=\theta}^{\pi/2} (\cos\alpha - \mu \sin\alpha)\,\mathrm{d}\alpha, \qquad (9)$$

$$R_1(\theta) = \sigma_1 b Q \left[ (1 - \sin\theta) + \cos\theta \right]. \qquad (10)$$

Az egyenletek könnyen átszámíthatóak a $p$ behatolás mértékétől függő egyenletekké:

$$p = Q(1 - \sin\alpha), \quad \sin\alpha = 1 - p/Q,$$

$$\cos\alpha = \sqrt{2\frac{p}{Q} - \left(\frac{p}{Q}\right)^2}.$$

Ezek felhasználásával a behatolás függvényében tudjuk az erőhatásokat meghatározni:

$$F_1(p) = 2\sigma_1 b Q \left[ \sqrt{2\frac{p}{Q} - \left(\frac{p}{Q}\right)^2} + \mu \frac{p}{Q} \right], \qquad (11)$$

$$R_1(p) = \sigma_1 b Q \left[ \frac{p}{Q} + \mu \sqrt{2\frac{p}{Q} - \left(\frac{p}{Q}\right)^2} \right]. \qquad (12)$$

Ez a behatolási szakasz, amely a $Q$ sugarú ék hegyének behatolása, az S pontig tart, ettől a ponttól kezdve hat az ék, és megkezdődik a feszítés intenzív szakasza. Ezen az első szakaszon a behatolástól függően nő az elemi előtoló $dF$, és a $dR$ feszítőerő hat a „tompa” $Q \neq 0$ hegy esetében is. Mikor a behatolás eléri az éksík tangensét, a $\theta$ félszögű, esetünkben síkokkal határolt ék feszíteni kezdi a $t$ vastagságú szeletet, ami a $b$ szélességű $\infty$ negyedtér része. Ezen szakasz láthatóan a geometriai feltételek és a szingularitáshoz $Q \sim 0$ közeli állapot miatt nemlineáris erőhatásokat eredményez. A $\theta = 90°$-nál, a szerszámnak nincs éle, így behatolás sincs!

### *1.3. Az $F_1(p)$ erő munkája $W_1$ a behatolási fázisban*

Az (5) egyenlet átalakításával ($p$ változó $p/Q$ helyett) és integrálásával megkapjuk az $F_1 = 2b\sigma_1[2Qp - p^2]^{1/2}$ erő által végzett munkát a behatolás $p_1$, S pontig történő 1. fázisára, az intenzív repesztő hatás határáig, azaz $p_1$-ig:

$$W_1 = \int F_1(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta$$

$$= 2\sigma_1 b Q \int_{\zeta=0}^{p_1} \left[ \sqrt{2\frac{\zeta}{Q} - \left(\frac{\zeta}{Q}\right)^2} + \mu \frac{\zeta}{Q} \right] \mathrm{d}\zeta;$$

az integrált többszöri helyettesítéssel oldhatjuk meg:

$$W_1 = \tfrac{1}{2} b Q^2 \sigma_1 (\pi - 2\theta + \sin 2\theta), \qquad (13)$$
$$p_1 = Q(1 - \sin\theta).$$

*Megjegyzés:* a fenti a ábrán lévő példa szerint, a $p_1 = 0{,}35$ mm behatolásig az $F_1$ erő által végzett munka $W_1 = 2675$ J, ami a kőzet porrá töréséhez és a súrlódás leküzdéséhez szükséges.

## 2. Az ékhatás kiteljesedésének fázisa

Visszanyúlva az általános érvényű (3), (4) egyenletekhez a síkokkal határolt ék további behatolása értelemszerűen $\theta$ szerint lineárisan növekvő erőhatásokat generál. Ekkor az ék félfelülete $A = b\,[(p_2 - p_1)/\cos\theta]$ szerint alakul, ahol $p_2$ a teljes behatolás a repedés keletkezéséig, $p_1$ az első fázis alatt elért behatolás. Az ékre ható globális erők így könnyen, integrálás nélkül felírhatók:

*Előtoló erő:* $\theta(x, y)$ = konstans feltétellel

$$F_2(p) = F_1(\theta) + \sigma_1 A (\sin\theta + \mu \cos\theta), \qquad (14)$$

$$F_2(p) = C_1 + C_2 p_2, \qquad (15)$$

$$C_1 = F_1(\theta) - \sigma_1 b\,(\tan\theta + \mu) p_1, \qquad (16)$$

$$C_2 = \sigma_1 b\,(\tan\theta + \mu). \qquad (17)$$

A teljes előtoló erő a felület $2A$ és az egyirányúság miatt: $T_2(p) = 2F_2(p)$, azaz

$$T_2(p_2) = \mathrm{F}_1(\theta) + 2\sigma_1 b\,(\tan\theta + \mu) p.$$

*Repesztőerő:* $\theta(x, y)$ = konstans feltétellel

$$R_2(p) = R_1(\theta) + \sigma_1 A (\cos\theta - \mu \sin\theta), \qquad (18)$$

$$R_2(p) = D_1 + D_2 p_2, \qquad (19)$$

$$D_1 = R_1(\theta) - \sigma_1 b (1 - \mu \tan\theta) p_1, \qquad (20)$$

$$D_2 = \sigma_1 b\,(1 - \mu \tan\theta). \qquad (21)$$

A teljes repesztőerő a felület $2A$ és az ellenkező értelmű irány miatt $G_2(p) = 0$. A végtelen féltér ($-y$) felé mutató erő kompenzálja a forgácsra ható $R_2(p)$ erőt.

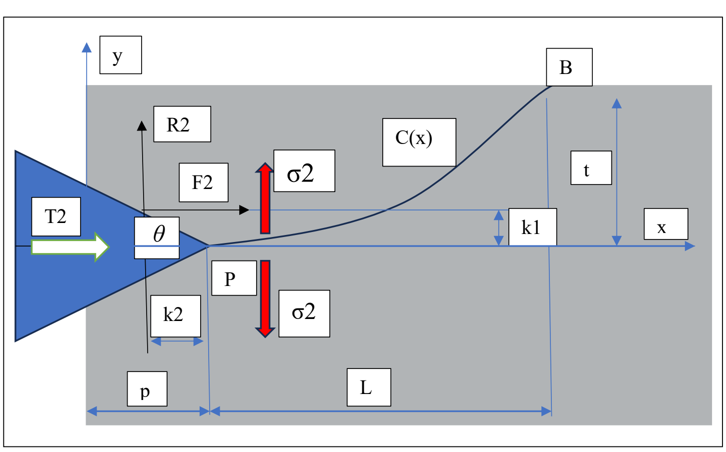
### *2.1. A $T_2(p)$ erő munkája $W_2$ a repedés megindulásáig.*

$$W_2 = \int T_2(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta = \int_{\zeta=p_1}^{p_2} 2(C_1 + C_2\zeta)\,\mathrm{d}\zeta, \qquad (23)$$

$$W_2 = 2C_1(p_2 - p_1) + C_2(p_2 - p_1)^2. \qquad (24)$$

A 2. fázisban az erők lineárisan alakulnak a behatolási mélység függvényében. Ez a szakasz addig tart, míg az ék hegyénél a húzófeszültség eléri a vágóél közelében a törést okozó feszültség nagyságát és egy repedéscsatorna alakul ki, aminek a frontja az ék további behatolásának hatására a $\overset{\frown}{\mathrm{PB}}$ íven tovaterjed.

A repedéscsatorna kialakulásának és terjedésének törvényszerűségei bonyolultak [9–11]. Nagy valószínűséggel $Q$ rádiuszú vágóélen keletkező mikroszkopikus méretű repedésekből indul ki a fő repedéscsatorna, ami a P pontban szignifikánsan az $x$ tengely mentén halad. Mivel, az ún. fő repedéscsatorna (elméleti) iránya az $x$ tengely mentén prognosztizálható, azaz jó közelítéssel vehetjük alapul, hogy a repedésgörbe $c(x)$ a P pontban érinti az $x$ tengelyt. A kőzetek inhomogenítása és gyakran anizotróp volta növeli az elméleti bonyolultságot. Mindenesetre a kőzetek jól modellezhetőek az anyagban bezárt, az erőbehatás előtt stabilis, az anyagban az adott kőzetre jellemzően eloszló üregek (mikrorések) rendszerével. Ezen üregek külső feszültségtér hatására instabillá válnak, összenőnek és hosszabb repedéssé fűződnek össze. A mérési eredmények is egyöntetűen azt bizonyítják, hogy az erőbehatolás-görbén fellépő helyi csúcsok és völgyek a repedési folyamat fékeződése és annak gyorsulása, (konstans feltételek mellett is) sztochasztikusan váltakozik a lokális anyaginhomogenítások függvényében. A repedés megindulását az $F_2(p)$ és az $R_2(p)$ erők által a P pont közvetlen környezetében terhelt anyagra ható, többtengelyű feszültségkoncentráció idézi elő. Mivel a kőzetek törésekor fellépő húzófeszültségek kb. egy nagyságrenddel kisebbek, mint a nyomófeszültség, a kőzet nyomásra és nyírásra ellenállóbb, a repedés jellemzően az ék behatolása által okozott húzófeszültség törést okozó hatása következtében alakul ki. A kristálysíkok (kristályos anyagnál) a húzó erőhatásra annyira eltávolodnak, hogy az atomsíkok közötti rövid hatótávú erők hatása megszűnik, a felületek elválnak, a fizikai jellemzők ezen a síkon ugrásszerű változást szenvednek. Az elvált felületek ún. felületi energiája (feszültsége) megnő, a $W$ rugalmas energia egyenlő lesz az elvált felületek felületi energiájának $2\alpha$ növekményével: $W = 2\widehat{\mathrm{PB}}\alpha$, mert két szabad felület keletkezik a $\widehat{\mathrm{PB}}$ szakaszon, azaz a $c(x)$ görbe mentén, a P pontban, az $x$ tengely érintője mentén indul a törés, amely a B pontban lép ki a szabad felületre. A törés a gyakorlatban rendkívül gyorsan megy végbe.




*2. ábra.*

Ebben az egyszerű esetben a belső felületet szétválasztó, törést előidéző, húzó hatást vesszük figyelembe, amelyet a P pontban ébredő $\sigma_2$, a törésfelületre merőleges húzófeszültség jellemez. Ennek a feszültséghatárnak az elméleti értéke az agyag atomi struktúrája alapján ugyan levezethető, de a kapott elméleti értékek nagyságrendileg nagyobbak, mint a kísérleti adatok. Az eltérések oka a diszlokációk és az anyagszerkezeti hibahelyek hatásán túl a hőmozgások hatására vezethető vissza. A hibahelyek az atomsíkok közötti elektromos vonzóerő potenciálviszonyait döntően befolyásolják [9]. A $\sigma_2$ feszültséget a P pontban fellépő nyomaték ($M$) hozza létre.

$$M = M_1 + M_2 = k_1F_2(p) + k_2R_2(p), \qquad (25)$$

ahol $k_1 = (1/2)p\tan\theta$; $k_2 = (1/2)p$.

Így a nyomatékegyenlet:

$$M_1 = A_1 p + A_2 p^2, \qquad (26)$$

$$M_2 = B_1 p + B_2 p^2, \qquad (27)$$

ahol

$$A_1 = (1/2)\tan\theta\,[F_1(\theta) - \sigma_1 b(\tan\theta + \mu)p_1], \qquad (28)$$

$$B_1 = (1/2)[R_1(\theta) - \sigma_1 b(1 - \mu\tan\theta)p_1], \qquad (29)$$

$$A_2 = (1/2)\tan\theta\,\sigma_1 b(\tan\theta + \mu), \qquad (30)$$

$$B_2 = (1/2)\sigma_1 b(1 - \mu\tan\theta), \qquad (31)$$

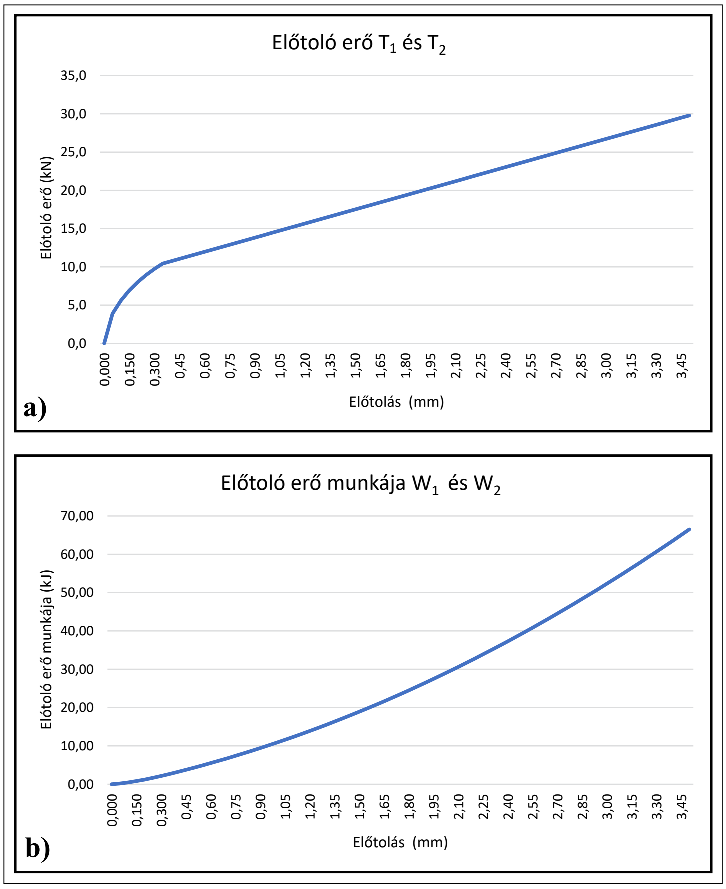
$$Z_1 = A_1 + B_1, \qquad (32)$$

$$Z_2 = A_2 + B_2 = (1/2)\sigma_1 b[1 + (\tan\theta)^2]. \qquad (33)$$

A törés bekövetkezik, ha $M = Z_1 p + Z_2 p^2 \geq M_{max}$-nál, a törőnyomatéknál. Az ék behatolása kiváltotta $\sigma_2(x = p_2)$ értéke a P ($x = p_2$) pontban maximális, és túllépi a töréshez szükséges határt $\sigma_{2max} = (M/\eta)K$, ahol $\eta$ a feszültségeloszlástól és $K$ geometriai szituációtól függő faktor. Amennyiben a $K$ tényező meghatározásához abból a bizonyított tényből indulunk ki, hogy a törés egy vagy több, a kőzetben meglévő repedés külső erőhatásra történő kinyílásával jön létre és terjed, a $K$ meghatározásához a törésmechanikai elméletekre kell támaszkodni [11, 13]. Mivel a kőzetek hasítása dinamikus folyamat, az erők impulzusszerűek, bonyolult problémával állunk szemben. Ezt az elméleti bonyolultságot az erőhatás okozta többtengelyű feszültségállapot, valamint a kőzetek nem izotróp és homogén anyagi tulajdonságai csak tovább fokozzák.

Amennyiben $\sigma_{2max}$ értéke kísérletekkel meghatározható, annak értékében a repedések hatása megjelenik, $K$ csak a geometriai paraméterek függvénye. Dimenzióanalízist végrehajtva adódik, hogy $K = K$, azaz $K$ csak $b$ és $t$ függvénye,

$$K = c(\theta)\,b\,t^2,$$




*3. ábra.*

ahol $c(\theta)$ egy, a geometriai elrendezésből adódó konstans, meghatározásával most nem foglalkozunk. A tiszta hajlítás esetén – a $\theta$ ékszög hatásától eltekintve $c(\theta)$ – ez definitív $c = 1/6$. Ezzel

$$Z_1 p + Z_2 p^2 = \eta\, c(\theta)\, b\, t^2 \sigma_{2\max}\,, \qquad (34)$$

azaz

$$p^2 + (Z_1/Z_2)p - [\eta c(\theta)\, b\, t^2 \sigma_{2\max}]/Z_2 = 0\,. \quad (35)$$

Közelítő értéke a $Z_1 = 0$, ($Q = 0$, tökéletes él) esetre, így

$$p_2^2 = [\eta c(\theta)\, b\, t^2 \sigma_{2\max}]/Z_2\,, \qquad (36)$$

$$p_2 = \sqrt{\frac{1}{3}\frac{\sigma_{2\max}}{\sigma_{1\max}}}\, t \cos\theta. \qquad (37)$$

Példaképpen ($c = 1/6$, $\eta = 1$) hasításkor, $\sigma_{2\max}/\sigma_{1\max} = 0{,}1$ mellett, $\theta = 15°$-os ékkel, $t = 20$ mm fogásmélység esetén $p_2 = 0{,}18 \cdot 20\cos 15°$ mm ~ 3,5 mm, közelítőleg a behatolás, ami töréshez és repedéses állapothoz vezet. A törésig a $T$ előtoló erő (a törés pillanatában ~30 kN) által végzett munka ~66,5 kJ, ha a súrlódási tényező 0,5.

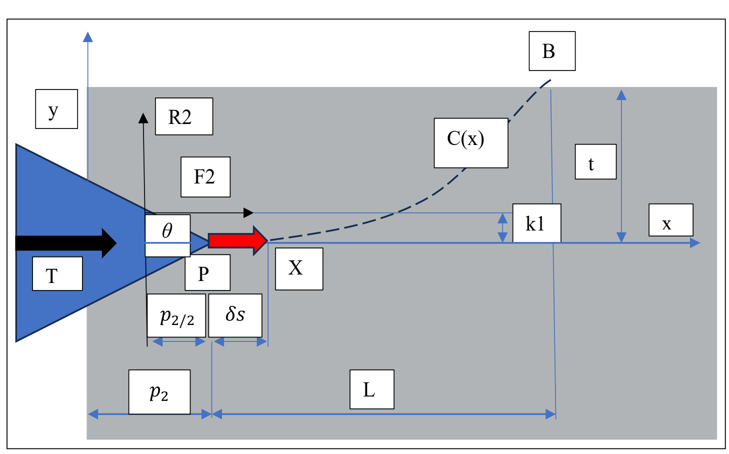
## 3. A forgácsleválás folyamata

A repedés keletkezése után a P pontnál létrejött X repedésfront a $\widehat{PB}$ görbén helyezkedik el, és a B pont felé terjed (piros nyíl). Nem ismerjük a $c(x)$ görbét, és nem tudjuk, hol van a B pont a peremfelületen. Az viszont ismeretes, hogy az előtoló és repesztőerő a $p$-nél elérte a maximális értékét. A folyamat leírása érdekében tekintsük a *4. ábrát*:

Az ék további, az X repedésfront terjedésével járó behatolása gyors és heves energiaátalakulásokkal járó folyamat. A forgácsban és környezetében, ha a törés az anyag ellenállása (helyi hibahelyek ritkulása) miatt megakad, $E_{\text{rug}}$ rugalmas energia halmozódik fel, amit a behatoló ék által előzetesen közölt mechanikai munka biztosít. Mindez főleg a $T(e)$ erő növekedése az X pontban lévő repedésfronton a repedést tovább hajtó tendenciát erősíti, mígnem a repedés tovaterjed ($\delta s$), és akkor áll meg, ha a kőzetben tárolt rugalmas energia elfogy, illetve az ék $\delta e$ behatolása ezt még nem képes fedezni. Valójában mindkét folyamat egy időben, váltakozva történik, a vágóél által közölt mechanikai munka egy időben fordítódik a rugalmas energia növelésére és a hasadásra. Ez egy gyors lengés. A folyamat ciklikusan ismétlődik a forgács leválásáig. Ezeket a tendenciákat látjuk a kísérleti eredményekben [6]. A $c(x)$ görbe alakja attól függ, hogy a repedés a görbe egy pontját elérve melyik irányban terjed. A fő terjedési irány minden pontban a $c(x)$ iránytangense. Ezt a legvalószínűbb iránynak tekinthetjük.

$$W_e = E_{\text{rug}} + E_A\,, \qquad (38)$$

ahol $W_e$ az előtoló erő $T(e) = 2F(e)$ munkája az ék elmozdulása az 1 és 2 pont között, azaz az 1 és 2 pont között $\delta e$ az elemi előtolás.




*4. ábra.*

$$W_e = \int_{e_1}^{e_2} T(e)\delta e. \qquad (39)$$

A rugalmas energia főleg a forgács hajlításából és a nyomófeszültségből adódik. A forgács hossza a $p_2 + s$, azaz az X repedésfrontig $p + \delta s$, ahol $s$ a $c(x)$ törésgörbe ívhossza. Tételezzük fel a lineárisan rugalmas tulajdonságot és hajlító és nyomó erőhatást:

$$E_{\text{rug}} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{M^2}{2IE}\delta s + \int_{p_2}^{p} \frac{N^2}{2AE}\delta s, \qquad (40)$$

a továbbiakban az $N$ normálerő által indikált rugalmas energiát elhanyagoljuk,

$$E_{\text{rug}} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{M^2}{2IE}\delta s, \qquad (41)$$

ahol $E$ a rugalmassági modulus, $I = (bt^3)/12$ az inercianyomaték, $M(p)$ a forgácsra gyakorolt hajlítónyomaték

$$E_A = \int_{p_2}^{p} (2\alpha b)\delta s, \qquad (42)$$

ahol $\alpha$ a felületi energia, $\delta s$ a repedés elemi hossza.

### *3.1. A repedés terjedéséről*

Ebben a kezdeti szakaszban az előtoló erő felépíti a kőzetben a rugalmas energiát, ami megindítja a repedést és fedezi annak a terjedését. A repedést a rugalmasan tárolt energia hajtja előre, amit a behatolás környezete tárol. A (34) összefüggés szerint kiszámítottuk azt a behatolási mélységet, amelynél a repedés megindul. A lejátszódó folyamatban a kőzet vágóél általi aprítása és őrlése, valamint a repesztő hatás egy időben történik. Amennyiben a 2. szakaszban az ékhatás okán az aprózódásra fordított energiát elhanyagoljuk, és (40) szerint eltekintünk a normálerő okozta rugalmas energia hatásától, (25) értelmében a $Z_1 = 0$, $p_1 = 0$ feltétel mellett írható:

$$E_{\text{rug}} = \int_{0}^{p_2} \frac{(Z_2 s^2)^2}{2IE}\delta s, \qquad (43)$$

ahol $s$ a behatolás ívhossza. Mivel $Z_2 = (1/2)\sigma_1 b[1 + (\tan\theta)^2]$ konstans:

$$E_{\text{rug}} \quad \frac{\left[(1/2)\sigma \quad \left(1 \quad (\tan\theta) \quad\right)\right]}{IE}\int \; s \quad s \qquad (44)$$

$$E_{\text{rug}} = \frac{15}{2}\frac{\sigma_1^2}{E}\left[1 + (\tan\theta)^2\right]^2 \frac{b}{t^3} p^5. \qquad (45)$$

A (42) egyenlet alapján a kinyílt repedés felületi energiáját megkapjuk, ha az $\alpha$ felületi energiát a repedés hossza mentén konstansnak tekintjük. A számszerű adatok (37) szerint ez az energia $p = 3{,}5$ mm behatolás behelyettesítése esetén 0,113 J. Ez az érték a törésig végzett mechanikai munka kb. 66,5 kJ értékéhez képest rendkívül kicsi, ami azt mutatja, hogy a kőzet rugalmasenergia-tároló képessége (ebben az esetben) elenyésző. Hallgatólagosan azt is feltételezzük, hogy az ék mozgató szerkezete is ideálisan merev. Így írhatjuk:

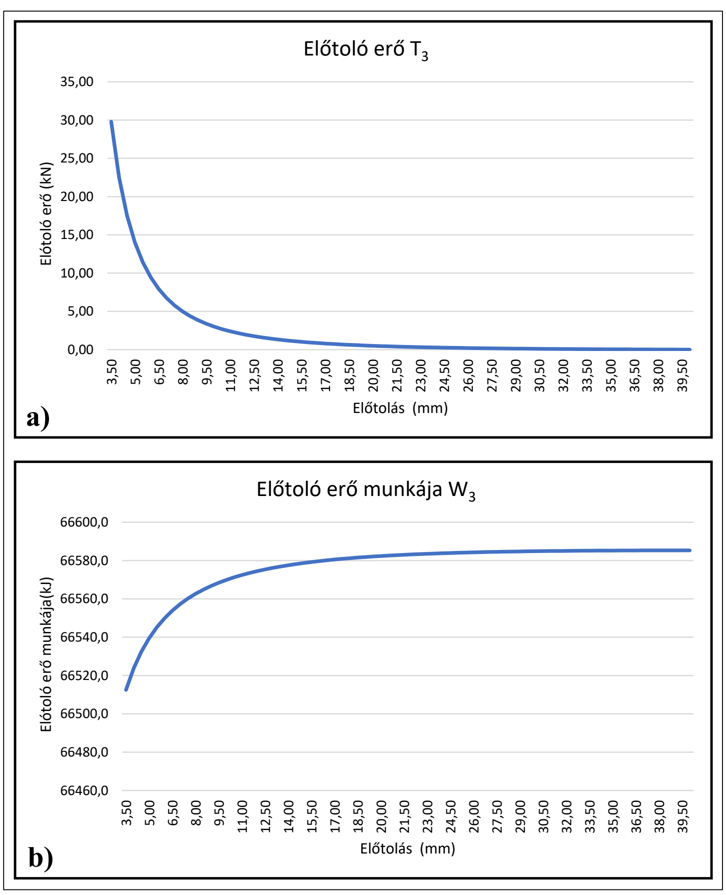
$$\int_{e_1}^{e} \mathrm{T}(e)\delta e = E_A = \int_{p_2}^{p} (2\alpha b)\delta s, \qquad (46)$$

$$\hat{T}(e - e_1) = 2\alpha b(p - p_2). \qquad (47)$$

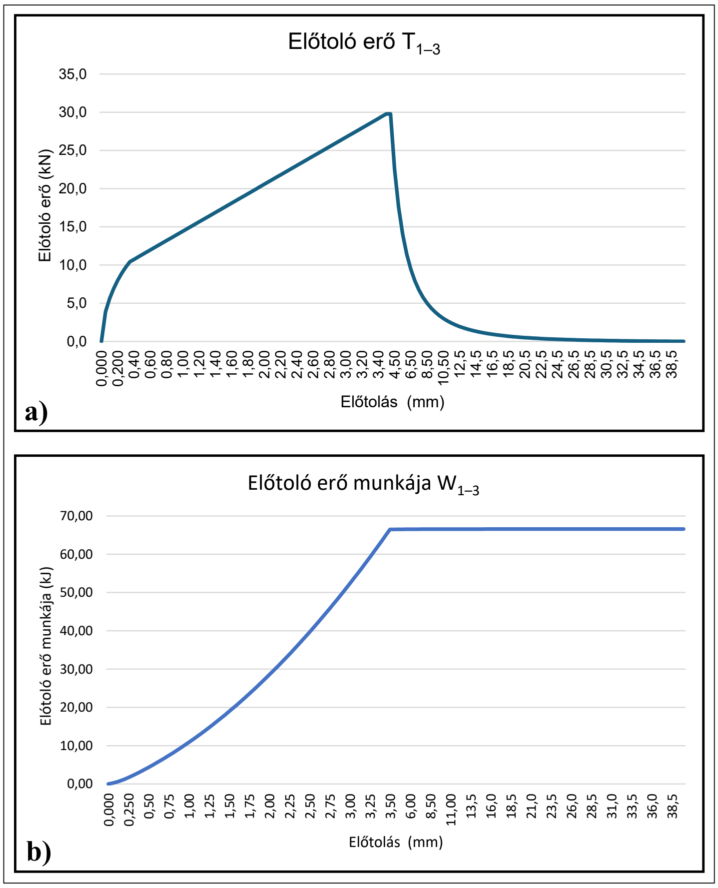
Mivel $p_2$-ig $e \equiv p$, a repedés megindulásáig az átlagos előtoló erő $\hat{T}$ értékére teljesül:

$$\hat{T} = 2\alpha b\frac{\Delta p}{\Delta e}. \qquad (48)$$

Sajnos (46) alapján a $T(e)$ függvény nem számítható, mert nem ismerjük a $p = f(e)$ függvényt. Az $f(e)$ függvény ismeretében $T(e) = 2\alpha b(\mathrm{d}f(e)/\mathrm{d}e)$. Az $f(e)$ függvény az előállítása a repedésterjedés mélyebb vizsgálatát vonja maga után, amivel most nem foglalkozunk. Mindenesetre, ha a rugalmas energia nem játszik szerepet, a repedésterjedés kis szakaszaira az átlagos előtoló erő az előtolással csökkenő tendenciát mutat. Ez egyezik a tapasztalattal a repedés megindulása utáni szakaszra. A $T(e)$ függvény 3. szakaszra (forgács leválása) érvényes közelítése kapható, ha $T(e)$-t a $T \sim 1/e^2$ alakban




*5. ábra.*




*6. ábra.*

vesszük fel. A konstansok megfelelő behelyettesítésével $e_{max}$ (max. előtolás) bevezetésével a függvény $p_2$ és $e_{max}$ tartományra:

$$T_3(e)=T(p_2)\frac{e_{\max}-e}{e_{\max}-p_2}\left(\frac{p_2}{e}\right)^3. \qquad (49)$$

A függvény alakja a számszerű értékekkel, $e_{max}$ = 40 mm-t a 3.2 szakaszt alapul véve.

Értelemszerűen a $p_{max} - p_2$ a $c(x)$ törésgörbe hossza a $\widehat{PB}$ íven. A (49) függvény integrálása $p_2$ és $e_{max}$ (a forgács leválása) között a következő egyszerű eredményre vezet:

$$W_3=\frac{1}{2}T(p_2)\left(p_2-\frac{p_2{}^2}{e_{\max}}\right). \qquad (50)$$

Ha $e_{max} = p_2$, $W_3$ értelemszerűen 0. Ha $e_{max} \gg p_2$, az eddigi számítások szerint $W_3$ = 88 J-nak adódik. A végeredményt a teljes előtolás tartományára a *6a,b. diagramok* mutatják.

### *3.2. A forgácsleválás* és *az adhéziós erő*

Hivatkozunk a [4]-ben tárgyalt evansi elmélet továbbfejlesztésének tekinthető eredményekre, ahol az $F$ és $R$ erők együttes nyomatékát a törés B kifutási pontjára vontakozóan határozzuk meg, $\lambda = (1 - \mu\tan\theta)/(\mu + \tan\theta)$. Az adhéziós erő a $c(x)$ görbe d$s$ elemi ívhosszára d$H = \sigma_2 b\,$d$s$. A d$H$ adhéziós erőt $p_2$-től a B pontig integrálva, $M$-mel egyenlővé téve kapjuk:

$$\frac{T}{2}\left[\left(-(t-\frac{p_2}{2}\tan\theta)+(l-\frac{p_2}{2})\right)\lambda\right]$$
$$=\frac{1}{2}\sigma_{2\max}bt^2+\frac{1}{2}\sigma_{2\max}\left(l-p_2\right), \qquad (51)$$
$$T(p_2)=\sigma_{2\max}b\frac{t^2+\left(1-p_2\right)^2}{\lambda\left(1-\frac{p_2}{2}\right)-\left(t-\frac{p_2}{2}\tan\theta\right)}.$$

Amennyiben $p_2 \ll$ l, ami általában teljesül, megkapjuk a [4] szerinti erőfüggvényt $\mu$-vel való összefüggésekkel kiegészítve:

$$T\cong\sigma_{2\max}b\frac{t^2+l^2}{l\lambda-t}, \qquad (52)$$

ami a [4]-ben közölt eredménnyel egyező, ha $\lambda$ helyébe $\mu = 0$; $\lambda = 1/\tan\theta$ kerül. Az optimális forgácshossz az $\eta = l/t$ helyettesítéssel a fajlagos forgácsolási ellenállás $f = T/(b\,t)$ bevezetésével [4]: $f = \sigma_{2max}[(1 + \eta^2)/(\lambda\eta - 1)]$, amelynek a szélső értékéhez tartozó forgácsméretet tekintjük optimumnak: d$f$/d$\eta$ = 0, amiből $\eta^2 - (2/\lambda)\eta - 1 = 0$ következik. Így $\eta_{opt} = (1/\lambda)\{1 + [1 + (1/\lambda)^2]^{1/2}\}$. Ez a példa szerint $\eta_{opt}$ = 2 és $l$ = 40 mm optimális forgácshosszat eredményez. Az (52) összefüggés számszerű kiértékelése az $\eta_{opt}$ = 2 esetre, $T$-re 260 kN erőt ad ($f$ = 324 N/mm²), ami jelentősen eltér a (37) alapján számított 30 kN maximális értéktől. Ez mutat rá, hogy mindazon kísérletek, amelyek az erőket nem a repedések terjedésének fiziája alapján írják le, a forgácsleválást, a felületek elválását, a leírást a teljes felületen egyszerre megvalósuló folyamatként kísérlik meg, elvileg sem adhatnak helyes eredményt.

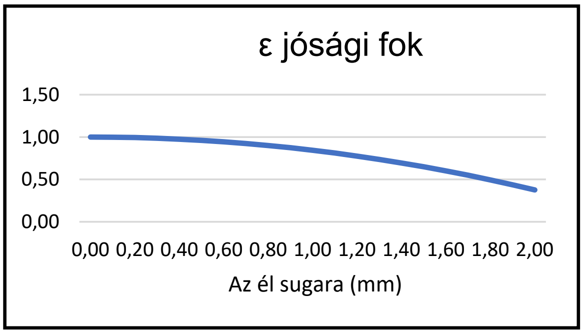
## 4. Néhány következtetés

### *4.1. Az él jósági foka*

$$\varepsilon=1-\frac{W_1}{W_2}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{Q}{p_2}\right)^2\beta,$$
$$\beta=\frac{\pi-2\theta-\sin 2\theta}{\tan\theta+\mu}=3{,}81,$$
$$p_2=3{,}51\text{ mm},\quad \varepsilon=1-0{,}156Q^2.$$

Az $\varepsilon$ tényező mutatja, hogy mekkora a tompa él okozta $W_1$ veszteség és a hasítási munka $W_2$ aránya a vágóél sugara $Q$ függvényében. Az $\varepsilon$ = 1 az ideálisan éles $Q$ = 0 szerszám esete. $\varepsilon$ = 0, ha $Q = \sqrt{2}p_2$.

A példa esetében Q ~ 5 mm az extrém életlen szerszám esete.




*7. ábra.*

*4.2. Fajlagos forgácsolási energia e*

$$e = \frac{\sum_1^3 W_i}{V},$$

mivel $W_1$ = 2674 J, $W_3$ = 53 J, a példa szerint elhanyagolhatóak. $V$ a porzóna térfogata: V = 131 mm$^3$ = 131·10$^{-9}$ m$^3$. A forgács össztérfogata a 3.2 szakasz szerinti optimális 40 mm forgácshosszal, 32 000 mm$^3$, ami 32 000 m$^3$. Az összenergia értéke: ~67 kJ.

$$e \sim \frac{W_2}{V} = \frac{67 \text{ kJ}}{32 \cdot 10^{-6} \text{m}^3} = 2{,}1 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^3}.$$

Ez kerekítve 583 kWh/m$^3$ térfogatra vett energiaszükségletnek felel meg.

## 5. Összefoglalás

A kőzethasítás fizikai leírása nem kerülheti meg a repedések keletkezésének és terjedésének beható fizikai vizsgálatát. A vágóél geometriáján kívül, a vágóél hatására kialakuló feszültségmező indukálta repedések és azok tovaterjedésének fizikai törvényszerűségei játszanak döntő szerepet abban, mekkora erők ébrednek és mennyi energia szükséges a kőzetek bontásának folyamatához. A rugalmas energia kérdése a dinamikus jelenségek erősödésével a kőzetben fellépő rugalmas hullámok vizsgálatához vezet. A (46) összefüggés vezet a töréskor keletkező új felületek megemelkedett energiaszintjének kérdéséhez, a kőzetek felületi energiájának $\alpha$ kérdéséhez. A $p = f(e)$ függvény a repedés megindulásától játszik döntő szerepet, ettől kezdve a repedés $p$ hossza és az $e$ előtolás kapcsolata bonyolulttá válik. Az előtoló erő az elemzések (48) szerint az $e$ előtolás értékével négyzetes fordított arányban van, és gyorsan nullára csökken. Az is megállapítható, hogy a mechanikai munka zöme a porzóna kialakítására fordítódik, ami egyben azt is jelenti, hogy a vágóél geometriai kialakítása a porzóna $p_2$ mélységének megfelelő hosszban a legfontosabb. Annak az általános elméleti tisztázása, hogy a vágószerszám geometriája és a kőzetjövesztés fajlagos energiafelhasználása milyen számszerű kapcsolatban van. Továbbá nyílt kérdés, hogy van-e olyan matematikai elemzésre alkalmas szintetikus eljárás, amely az energiamennyiség optimalizálását a vágószerszám felületének variációs módszerekkel való meghatározásával oldja meg.

Irodalom

[1] J. Rojek (2007): Discrete element modelling of rock cutting. Computer Methods in Material Science, Vol. 7. No. 2.

[2] Duan Xiong, Yu Li, Cheng Dazhong (1995): Chaotic dynamical features of rock breakage mechanism with self-controlled hydro pick. Chinese Journal of Rock Mech. and Engng., 14, supp., 484–491.

[3] J. Rostami, L. Ozdemir, D. M. Neil.: Roadheaders Performance Optimizatin for Mining and Civil Construktion. Earth Mechanics Institute, Golden, Colorado 80401

[4] Omaszta István (2024): Gondolatok Evans kőzethasítási modelljéről. Bányászati és Kohászati Lapok, 157/II, 19–24.

[5] A. A. Evans, C. D. Pomeroy (1966): The Strength, Fracture and Workability of Coal. Pergamon Press

[6] Gao Kuidong, Du Changlong, Jiang Hongxiang, Liu Songyong: A theoretical model for predicting the peak cutting force of conical picks. School of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Mining & Technology

[7] Yinghui Liu, Y. Bar-Cohen, Zensheu Chang: Proceedings of IDETC/CIE 2005 ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, 2005, Long Beach, California, USA

[8] M. H. Miller, D. L. Sikarskie: On the penetration of rock by three-dimensional indentors. Space Systems Division AVCO Corporation, Department of Aerospace Engineering, University of Michigan

[9] L. D. Landau, E. M. Lifsic: Elméleti fizika VII. Rugalmasságtan, Diszlokációk és üregek elmélete

[10] Ch. Lunow: Two-dimensional simulation of the pressing and the cutting rock destruction. TU Bergakademie Freiberg Geotechnical Institute Chair for Rock Mechanics

[11] Hua Guo: Rock cutting studies using fracture mechanics principle. University of Wollongong, Research online

[12] Dr. Bocsánczy János: Bányagéptan, Jövesztő és Rakodógépek 151–153. o.

[13] H. Blumenauer, G. Pusch: Műszaki törésmechanika. 3. fejezet

[14] Anjana Thoroppady Kittu: Surface energy characteristics of granite and limestone aggregates with respect to 2D and 3D surface roughness measurements. Bachelor of Technology in Civil Engineering Mahatma Gandhi University Kottayam, Kerala, 2007. Submitted to the Faculty of theGraduate College of the Oklahoma State University in partial fulfilment of the requirements for the Degree of Master Of Science. December, 2013.