KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LXXII. ÉVF., 2025. május

ONLINE FÜGGELÉK

SZÉCSI ADÉL LILLA–SELEI ADRIENN

A referenciafüggő preferenciák hatása vertikális termékdifferenciálás esetén

DOI

Eredeti cikk DOI

1. A vállalatok profitfüggvényeinek felírása az első esetben

1.1. Az első vállalat profitfüggvénye

I. $\pi_1 = 0$ „profitág”:

Az első vállalat profitja akkor $\pi_1 = 0$, ha $\hat{\theta} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)}{\varepsilon+1} \leq p_1$, de teljesülnie kell emellett a $p_1 < p_s < p_2$ egyenlőtlenségnek is. Mivel $\frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)}{\varepsilon+1} - p_s = \frac{(\gamma+1)(p_2-p_s)}{\varepsilon+1} > 0$, így $p_s < \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)}{\varepsilon+1}$. Ezeket összesítve az adódik, hogy az első vállalat profitja akkor lehet 0, ha teljesül

$$p_s < \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)}{\varepsilon+1} \leq p_1 < p_s,$$

azaz ellentmondásra jutottunk. Vagyis $p_1 < p_s < p_2$ esetén nem lehet $\pi_1 = 0$.

II. $\pi_1 = p_1\frac{p_2-p_1+\varepsilon(p_s-p_1)-\gamma(p_s-p_2)}{s_2-s_1}$ „profitág”:

Az első vállalat profitja akkor $\pi_1 = p_1\frac{p_2-p_1+\varepsilon(p_s-p_1)-\gamma(p_s-p_2)}{s_2-s_1}$, ha teljesül $0 < \hat{\theta} < 1 \Leftrightarrow \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1} < p_1 < \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)}{\varepsilon+1}$. Azonban $p_1 < p_s < p_2$ miatt (mivel láttuk a korábbiakban, hogy $p_s < \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)}{\varepsilon+1}$) ebben a „profitágban” p_1 „effektív” felső határa p_s. Továbbá vegyük észre, hogy $\frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1} > 0 \Leftrightarrow p_2 - \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} > 0$, ami nem feltétlenül teljesül, csak bizonyos esetekben áll fenn. Vagyis, mivel $p_1 \geq 0$ teljesülését is feltettük, az eddigieket összesítve az első vállalat profitja akkor lehet $p_1\frac{p_2-p_1+\varepsilon(p_s-p_1)-\gamma(p_s-p_2)}{s_2-s_1}$, ha teljesül

$$\max\left(0, \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1}\right) < p_1 < p_s,$$

ahol $\frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1} \leq 0 \Leftrightarrow p_2 - \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} \leq 0$ esetén biztosan nem jutunk ellentmondásra, $p_2 - \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} > 0$ esetén azonban ehhez teljesülnie kell az alábbi egyenlőtlenségnek:

$$\frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1} < p_s \Leftrightarrow 0 < p_s - p_2 + \frac{s_2-s_1}{\gamma+1}$$

Vagyis az eddigieket összefoglalva ezen „profitág” esetében (amikor mindkét vállalat terméke iránt van kereslet a piacon) $p_2 - \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} \leq 0$ vagy $\frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} > 0$ és $0 < p_s - p_2 + \frac{s_2-s_1}{\gamma+1}$ egyidejű teljesülése esetén nem jutunk ellentmondásra, azaz ezekből adódóan akkor, ha $0 \leq p_2 \leq \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1}$ vagy $\frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} < p_2 < p_s + \frac{s_2-s_1}{\gamma+1}$ teljesül.

III. $\pi_1 = p_1$ „profitág”:

Az első vállalat profitja akkor $\pi_1 = p_1$, ha $\hat{\theta} \geq 1 \Leftrightarrow p_1 \leq \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1}$. Ahhoz azonban, hogy $p_1 < p_s < p_2$ és $p_1 \geq 0$ is teljesüljön, fenn kell állnia az alábbiaknak:

$$0 \leq p_1 \leq \max\left(0, \frac{p_2+\varepsilon p_s-\gamma(p_s-p_2)-(s_2-s_1)}{\varepsilon+1}\right).$$

Összegzés:

Minden eddigi megfontolást összesítve az első vállalat profitfüggvénye $0 \leq p_2 \leq \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1}$ vagy $\frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} < p_2 < p_s + \frac{s_2-s_1}{\gamma+1}$ teljesülése esetén:

$$\pi_1(p_1, p_2; p_s; s_1, s_2) =$$

$$= \begin{cases} p_1 \dfrac{p_2 - p_1 + \varepsilon(p_s - p_1) - \gamma(p_s - p_2)}{s_2 - s_1} & ha \max\left(0, \dfrac{(\gamma+1)p_2 - (\gamma-\varepsilon)p_s - (s_2 - s_1)}{\varepsilon+1}\right) < p_1 < p_s \\ p_1 & ha\ 0 \leq p_1 \leq \max\left(0, \dfrac{(\gamma+1)p_2 - (\gamma-\varepsilon)p_s - (s_2 - s_1)}{\varepsilon+1}\right) \end{cases}$$

Ha $p_2 - \frac{(\gamma-\varepsilon)p_s+(s_2-s_1)}{\gamma+1} > 0$ fennáll, és a $0 < p_s - p_2 + \frac{s_2-s_1}{\gamma+1}$ egyenlőtlenség nem, akkor a profitfüggvény a

$$\pi_1(p_1, p_2; p_s; s_1, s_2) = p_1 \text{ (ahol } p_1 = 0 \text{ adódna)}$$

alakra redukálódna, ami – a korábbiakban meghatározott értelemben – *számunkra* azért *nem érdekes*, mert ekkor nem alakulhat ki olyan egyensúly a piacon, amikor mindkét vállalat terméke iránt van kereslet.

1.2. A második vállalat profitfüggvénye

I. $\pi_2 = p_2$ „profitág”:

A második vállalat profitja akkor $\pi_2 = p_2$, ha $\hat{\theta} \leq 0 \Leftrightarrow p_2 \leq \frac{p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1}$, de teljesülnie kell emellett a $p_1 < p_s < p_2$ egyenlőtlenségnek is. Mivel $\frac{p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} - p_s = \frac{-(\varepsilon+1)(p_s-p_1)}{\gamma+1} < 0$, így $\frac{p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} < p_s$. Ezeket összesítve az adódik, hogy a második vállalat profitja akkor lehet p_2, ha teljesül

$$p_s < p_2 \leq \frac{p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} < p_s,$$

azaz ellentmondásra jutottunk. Vagyis $p_1 < p_s < p_2$ esetén nem lehet $\pi_2 = p_2$.

II. $\pi_2 = p_2 \frac{s_2-s_1-p_2+p_1-\varepsilon(p_s-p_1)+\gamma(p_s-p_2)}{s_2-s_1}$ „profitág”:

A második vállalat profitja akkor $\pi_2 = p_2 \frac{s_2-s_1-p_2+p_1-\varepsilon(p_s-p_1)+\gamma(p_s-p_2)}{s_2-s_1}$, ha $0 < \hat{\theta} < 1 \Leftrightarrow \frac{p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} < p_2 < \frac{(s_2-s_1)+p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1}$, azonban $p_1 < p_s < p_2$ miatt (mivel láttuk a fentiekben, hogy $\frac{p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} < p_s$), ebben a „profitágban" p_2 „effektív" alsó határa p_s.[1] Vagyis az eddigieket összesítve a második vállalat profitja ebben az esetben akkor lehet $p_2 \frac{s_2-s_1-p_2+p_1-\varepsilon(p_s-p_1)+\gamma(p_s-p_2)}{s_2-s_1}$, ha teljesül

$$p_s < p_2 < \frac{(s_2-s_1)+p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1}.$$

Ezen egyenlőtlenségrendszer esetében pedig akkor nem jutunk ellentmondásra, ha $p_s < \frac{(s_2-s_1)+p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} \Leftrightarrow 0 < p_1 - p_s + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$. Vagyis ahhoz, hogy létezzen ez a *számunkra érdekes* „profitág" (amikor mindkét vállalat terméke iránt van kereslet), teljesülnie kell a $0 < p_1 - p_s + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$ egyenlőtlenségnek.

III. $\pi_2 = 0$ „profitág":

A második vállalat profitja akkor $\pi_2 = 0$, ha $\hat{\theta} \geq 1 \Leftrightarrow p_2 \geq \frac{(s_2-s_1)+p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1}$, de teljesülnie kell emellett a $p_1 < p_s < p_2$ egyenlőtlenségnek is. Mivel a fentiekben láttuk, hogy a *számunkra érdekes* esetekben teljesül $p_s < \frac{(s_2-s_1)+p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1} \Leftrightarrow 0 < p_1 - p_s + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$, p_2 „effektív" alsó határa ekkor $\frac{(s_2-s_1)+p_1+\gamma p_s-\varepsilon(p_s-p_1)}{\gamma+1}$. Ha $0 < p_1 - p_s + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$ nem teljesülne, akkor p_2 „effektív" alsó határa p_s lenne, de ekkor a profitfüggvény a

$$\pi_2(p_1, p_2; p_s; s_1, s_2) = 0$$

alakra redukálódna, ami – a korábbiakban meghatározott értelemben – *számunkra* azért *nem érdekes*, mert ekkor nem alakulhat ki olyan egyensúly a piacon, amikor mindkét vállalat terméke iránt van kereslet.

Összegzés:

Minden eddigi megfontolást összesítve a második vállalat profitfüggvénye a $0 < p_1 - p_s + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$ egyenlőtlenség teljesülése esetén:

$$\pi_2(p_1, p_2; p_s; s_1, s_2) =$$

[1] Ha p_2 „effektív" alsó határa $p_s > 0$, akkor nyilván $p_2 \geq 0$ is fennáll.

$$= \begin{cases} 0 & ha\; p_2 \geq \dfrac{(\varepsilon+1)p_1 + (\gamma-\varepsilon)p_s + (s_2 - s_1)}{\gamma+1} \\ p_2 \dfrac{s_2 - s_1 - p_2 + p_1 - \varepsilon(p_s - p_1) + \gamma(p_s - p_2)}{s_2 - s_1} & ha\; p_s < p_2 < \dfrac{(\varepsilon+1)p_1 + (\gamma-\varepsilon)p_s + (s_2 - s_1)}{\gamma+1} \end{cases}$$

2. A profitmaximalizálás elsőrendű feltételeinek rendszere az első esetben

Az első vállalat profitmaximalizálási feladata:

$$p_1 \frac{p_2 - p_1 + \varepsilon(p_s - p_1) - \gamma(p_s - p_2)}{s_2 - s_1} \to \max_{p_1}$$

Az ebből származó elsőrendű feltétel:

$$\frac{p_2 - 2p_1 + \varepsilon p_s - 2\varepsilon p_1 - \gamma(p_s - p_2)}{s_2 - s_1} = 0$$

$$\Leftrightarrow p_1 = \frac{p_2 + \varepsilon p_s - \gamma(p_s - p_2)}{2(\varepsilon + 1)}$$

A második vállalat profitmaximalizálási feladata:

$$p_2 \frac{s_2 - s_1 - p_2 + p_1 - \varepsilon(p_s - p_1) + \gamma(p_s - p_2)}{s_2 - s_1} \longrightarrow \max_{p_2}$$

Az ebből származó elsőrendű feltétel:

$$\frac{s_2 - s_1 - 2p_2 + p_1 - \varepsilon(p_s - p_1) + \gamma p_s - 2\gamma p_2}{s_2 - s_1} = 0$$

$$\Leftrightarrow p_2 = \frac{s_2 - s_1 + p_1 - \varepsilon(p_s - p_1) + \gamma p_s}{2(\gamma + 1)}$$

3. Annak igazolása, hogy az első esetben az egyensúlyi profitok növekednek a minőségek különbségének növekedésével

Első vállalat:

Az (1): $p_s < \frac{s_2 - s_1}{\gamma - \varepsilon}$ restrikció alapján $p_s(\gamma - \varepsilon) < s_2 - s_1$, és mivel feltettük, hogy $\varepsilon < \gamma$, így $p_s(\gamma - \varepsilon) > 0$, tehát $(s_2 - s_1)^2 > (p_s(\gamma - \varepsilon))^2$ is teljesül. Vagyis

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_1}{\partial(s_2 - s_1)} = \frac{(s_2 - s_1)^2 - ((\gamma - \varepsilon)p_s)^2}{9(\varepsilon + 1)(s_2 - s_1)^2} > 0.$$

Második vállalat:

Feltevéseink mellett nyilván

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_2}{\partial(s_2 - s_1)} = \frac{4(s_2 - s_1)^2 + ((\gamma - \varepsilon)p_s)^2}{9(\gamma + 1)(s_2 - s_1)^2} > 0.$$

4. A vállalatok profitfüggvényeinek felírása a második esetben

4.1. Az első vállalat profitfüggvénye

I. $\pi_1 = 0$ „profitág”:

Az első vállalat profitja akkor $\pi_1 = 0$, ha $\hat{\theta} \leq 0 \Leftrightarrow p_2 \leq p_1$, de fenn kell állnia emellett a $p_1 < p_2 \leq p_s$ egyenlőtlenségnek is, vagyis

$$p_2 \leq p_1 < p_2$$

kellene, hogy teljesüljön, azaz ellentmondásra jutottunk. Tehát $p_1 < p_2 \leq p_s$ esetén sem lehet $\pi_1 = 0$.

II. $\pi_1 = p_1 \frac{(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$ „profitág":

Az első vállalat profitja akkor $\pi_1 = p_1 \frac{(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$, ha $0 < \hat{\theta} < 1 \Leftrightarrow p_2 - \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} < p_1 < p_2$. Vegyük észre azonban, hogy $p_2 - \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} > 0$ nem feltétlen teljesül, csak bizonyos esetekben áll fenn. Vagyis, mivel feltettük, hogy $p_1 \geq 0$, az eddigieket összesítve az első vállalat profitja akkor lehet $\pi_1 = p_1 \frac{(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$, ha teljesül

$$\max\left(0, p_2 - \frac{s_2 - s_1}{\varepsilon + 1}\right) < p_1 < p_2.$$

III. $\pi_1 = p_1$ „profitág":

Az első vállalat profitja akkor $\pi_1 = p_1$, ha $\hat{\theta} \geq 1 \Leftrightarrow p_1 \leq p_2 - \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$. Vagyis a fentiek alapján ahhoz, hogy $p_1 \geq 0$ is teljesüljön, a vizsgált „profitágban" fenn kell állnia az alábbi egyenlőtlenségeknek:

$$0 \leq p_1 \leq \max\left(0, p_2 - \frac{s_2 - s_1}{\varepsilon + 1}\right).$$

Összegzés:

Minden eddigi megfontolást összesítve az első vállalat profitfüggvénye ebben az esetben

$$\pi_1(p_1, p_2; s_1, s_2) = \begin{cases} p_1 \dfrac{(\varepsilon + 1)(p_2 - p_1)}{s_2 - s_1} & ha \max\left(0, p_2 - \dfrac{s_2 - s_1}{\varepsilon + 1}\right) < p_1 < p_2 \\ p_1 & ha\ 0 \leq p_1 \leq \max\left(0, p_2 - \dfrac{s_2 - s_1}{\varepsilon + 1}\right) \end{cases}$$

4.2. A második vállalat profitfüggvénye

I. $\pi_2 = p_2$ „profitág":

A második vállalat profitja akkor $\pi_2 = p_2$, ha $\hat{\theta} \leq 0 \Leftrightarrow p_2 \leq p_1$, de fenn kell állnia emellett a $p_1 < p_2 \leq p_s$ egyenlőtlenségnek is, vagyis

$$p_1 < p_2 \leq p_1$$

kellene, hogy teljesüljön, azaz ellentmondásra jutottunk. Tehát $p_1 < p_2 \leq p_s$ esetén sem lehet $\pi_2 = p_2$.

II. $\pi_2 = p_2 \frac{s_2-s_1-(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$ „profitág”:

A második vállalat profitja akkor $\pi_2 = p_2 \frac{s_2-s_1-(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$, ha $0 < \hat{\theta} < 1 \Leftrightarrow p_1 < p_2 < p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$, de a $p_1 < p_2 \leq p_s$ egyenlőtlenségnek is teljesülnie kell, és, mivel nem tudjuk egyértelműen megállapítani, hogy p_s és $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$ közül melyik a kisebb, nem tudjuk azt sem, mennyi lesz p_2 „effektív” felső határa. Ennek megfelelően két eset lehetséges:

1. $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} \leq p_s$ esetén p_2 „effektív” felső határa $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$ lesz, azaz $\pi_2 = p_2 \frac{s_2-s_1-(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$, ha $p_1 < p_2 < p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1}$.
2. $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} > p_s$ esetén az „effektív” felső határ p_s lesz, azaz $\pi_2 = p_2 \frac{s_2-s_1-(\varepsilon+1)(p_2-p_1)}{s_2-s_1}$, ha $p_1 < p_2 \leq p_s$.

III. $\pi_2 = 0$ „profitág”:

A második vállalat profitja akkor $\pi_2 = 0$, ha $\hat{\theta} \geq 1 \Leftrightarrow p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} \leq p_2$, de teljesülnie kell emellett a $p_1 < p_2 \leq p_s$ egyenlőtlenségnek is. Az előzőleg vizsgált „profitág” megfontolásai alapján tehát:

1. $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} \leq p_s$ esetén $\pi_2 = 0$, ha $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} \leq p_2 \leq p_s$
2. $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} > p_s$ esetén pedig $p_s < p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} \leq p_2 \leq p_s$ kellene, hogy teljesüljön, azaz ebben az esetben ezen a „profitágon” ellentmondásra jutunk.

Összegzés:

Vagyis minden eddigi megfontolást összegezve a második vállalat profitfüggvénye:

1. Ha $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} \leq p_s$, akkor

$$\pi_2(p_1, p_2; s_1, s_2) = \begin{cases} 0 & ha\ p_1 + \dfrac{s_2 - s_1}{\varepsilon + 1} \leq p_2 \leq p_s \\ p_2 \dfrac{s_2 - s_1 - (\varepsilon + 1)(p_2 - p_1)}{s_2 - s_1} & ha\ p_1 < p_2 < p_1 + \dfrac{s_2 - s_1}{\varepsilon + 1} \end{cases}$$

2. Ha $p_1 + \frac{s_2-s_1}{\varepsilon+1} > p_s$, akkor

$$\pi_2(p_1, p_2; s_1, s_2) = p_2 \frac{s_2 - s_1 - (\varepsilon + 1)(p_2 - p_1)}{s_2 - s_1} \qquad ha\ p_1 < p_2 \leq p_s$$

5. Az első és a második esetben kapott egyensúlyi árak és profitok összevetése[2]

a) p_2^*-ok összevetése:

[2] A csupán egyszerű átalakításokat tartalmazó számolást igénylő esetektől eltekintve.

$$\frac{2(\overline{s}-\underline{s})}{3(\varepsilon+1)}-\frac{2(\overline{s}-\underline{s})+(\gamma-\varepsilon)p_s}{3(\gamma+1)}=\frac{(\gamma-\varepsilon)\left[2(\overline{s}-\underline{s})-(\varepsilon+1)p_s\right]}{3(\varepsilon+1)(\gamma+1)}$$

Mivel az első eset p_s-ére teljesülnie kell a (2): $p_s<\frac{2(s_2-s_1)}{\varepsilon+2\gamma+3}$ összefüggésnek, az ε-ra és a γ-ra vonatkozó feltevéseink miatt $\frac{2(\overline{s}-\underline{s})}{\varepsilon+2\gamma+3}<\frac{2(\overline{s}-\underline{s})}{\varepsilon+1}$, így $p_s<\frac{2(\overline{s}-\underline{s})}{\varepsilon+1}$ is fennáll, azaz $2(\overline{s}-\underline{s})-(\varepsilon+1)p_s>0$, vagyis $\frac{(\gamma-\varepsilon)\left[2(\overline{s}-\underline{s})-(\varepsilon+1)p_s\right]}{3(\varepsilon+1)(\gamma+1)}>0$. Tehát $\frac{2(\overline{s}-\underline{s})}{3(\varepsilon+1)}>\frac{2(\overline{s}-\underline{s})+(\gamma-\varepsilon)p_s}{3(\gamma+1)}$.

b) $\tilde{\pi}_1$-ek összevetése:

$$\frac{\overline{s}-\underline{s}}{9(\varepsilon+1)}-\frac{\left(\overline{s}-\underline{s}-(\gamma-\varepsilon)p_s\right)^2}{9(\varepsilon+1)(\overline{s}-\underline{s})}=\frac{(\gamma-\varepsilon)p_s\left[2(\overline{s}-\underline{s})-(\gamma-\varepsilon)p_s\right]}{9(\varepsilon+1)(\overline{s}-\underline{s})}$$

Mivel az első eset p_s-ére teljesülnie kell az (1): $p_s<\frac{s_2-s_1}{\gamma-\varepsilon}\Leftrightarrow(\gamma-\varepsilon)p_s<s_2-s_1$ restrikciónak, így $(\gamma-\varepsilon)p_s<\overline{s}-\underline{s}<2(\overline{s}-\underline{s})$, azaz $2(\overline{s}-\underline{s})-(\gamma-\varepsilon)p_s>0$, vagyis $\frac{(\gamma-\varepsilon)p_s\left[2(\overline{s}-\underline{s})-(\gamma-\varepsilon)p_s\right]}{9(\varepsilon+1)(\overline{s}-\underline{s})}>0$. Tehát $\frac{\overline{s}-\underline{s}}{9(\varepsilon+1)}>\frac{\left(\overline{s}-\underline{s}-(\gamma-\varepsilon)p_s\right)^2}{9(\varepsilon+1)(\overline{s}-\underline{s})}$.

6. Az első vállalat első és harmadik esetbeli profitjának összevetése kapcsán vizsgált összefüggés[3] *teljesülése*

I. $\frac{1}{2\varepsilon+\gamma+3}<\frac{(\gamma+1)-\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)}$ teljesülése:

A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség alapján teljesülnie kell a

$$\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}\leq\frac{\varepsilon+\gamma+2}{2}$$

egyenlőtlenségnek, így

$$\frac{(\gamma+1)-\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)}\geq\frac{(\gamma+1)-\frac{\varepsilon+\gamma}{2}-1}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)}=\frac{\gamma-\varepsilon}{2(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)}=\frac{1}{2(\gamma+1)}.$$

Mivel $\gamma<1\Leftrightarrow2(\gamma+1)<\gamma+3$,

$$\frac{1}{2(\gamma+1)}>\frac{1}{\gamma+3}>\frac{1}{2\varepsilon+\gamma+3}.$$

II. $\frac{(\gamma+1)-\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)}<\frac{2}{\varepsilon+2\gamma+3}$ teljesülése:

A mértani és harmonikus közép közötti egyenlőtlenség alapján teljesülnie kell a

$$\frac{2(\varepsilon+1)(\gamma+1)}{\varepsilon+\gamma+2}\leq\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}$$

egyenlőtlenségnek, így

[3] A vizsgált összefüggés: $\frac{1}{2\varepsilon+\gamma+3}<\frac{(\gamma+1)-\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)}<\frac{2}{\varepsilon+2\gamma+3}$.

$$\frac{(\gamma+1)-\sqrt{(\varepsilon+1)(\gamma+1)}}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)} \leq \frac{(\gamma+1)-\frac{2(\varepsilon+1)(\gamma+1)}{\varepsilon+\gamma+2}}{(\gamma+1)(\gamma-\varepsilon)} = \frac{\gamma-\varepsilon}{(\gamma-\varepsilon)(\varepsilon+\gamma+2)}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon+\gamma+2} = \frac{2}{2\varepsilon+2\gamma+4} < \frac{2}{\varepsilon+2\gamma+3}.$$