

A vasúti pálya állapotának hatása a megengedhető haladási sebességre

A tanulmány a vasúti pálya állapotának és a rajta futó vasúti jármű engedélyezett sebességének kapcsolatát vizsgálja. A vasútüzem egyik fontos, döntően biztonsági kérdése, hogy a vasúti pálya állapota és az adott pályaszakaszon engedélyezett maximális járműsebesség között milyen összefüggés van. Ez a gondolat felveti azt a kérdést, hogy milyen módszerrel lehetséges a vasúti pálya állapotának minősítése.

Kulcsszavak: vasúti pálya; pályahiba; vasúti pálya minősítése; pálya alátámasztási merevség; Winkler alapzat; Galerkin módszer; dinamikai szimuláció

DOI: <https://doi.org/10.24228/KTSZ.2024.6.1>

Zábori Zoltán

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
e-mail: zabori.zoltan@kjk.bme.hu

1. BEVEZETÉS

A vasútüzem egyik igen fontos, döntően biztonsági kérdése, hogy a vasúti pálya állapota és az adott pályaszakaszon engedélyezett maximális járműsebesség között milyen összefüggés van.

A kérdés megválaszolásának előfeltétele a vasúti pálya állapotának definiálása, vagyis a pálya állapotának kvantitatív jellemzése, amely jellemzők a vizsgált pályaszakaszon megengedhető futási sebességre vonatkozó *pályaállapot* – *futássebesség* függvénykapcsolat alapjául is szolgálnak. A vasúti pálya geometriájának minősítésére az EN13848 európai szabvány [1] ad ajánlást, amely szabvány – túl azon, hogy a pálya geometriai jellemzőit definiálja – egyidejűleg a pálya minősítésétől függő, a pályaszakaszon megengedhető járműsebességet is megadja. A pálya hosszkoordinátája mentén mérhető, a névleges értéktől eltérő geometriai irregularitást normális eloszlású sztochasztikus folyamatként tekinti,

amelynek szórásával határozza meg a megengedhető járműsebességet adott hullámhossztartományokban. A szabvány megadja a pálya irány-, siktorzulás-, nyomtáv- és hosszfekszint hibáinak jellemzőiből számítható szórás értékét, amelyhez közvetlenül a megengedhető járműsebességet rendel.

Itt arra a kérdésre keresem a választ, hogy a pálya hosszfekszint (süppedés) hibája, mint geometriai jellemző milyen kapcsolatban áll a pálya rugalmas alátámasztásával. A tanulmány kidolgozása során abból a feltételezésből indultam ki, hogy a vasúti pálya geometriai hibájaként érzékelt kitérés a pálya rugalmas alátámasztásának irregularitásából származik. Vizsgálatom számítógépes szimuláción alapul, amely során a pálya alátámasztásának pálya hossza menti változásából kívánok következtetést levonni részben a pálya állapotára, az adott pályaszakaszon megengedhető járműsebességre, valamint javaslatot megfogalmazni a pálya karbantartására vonatkozóan is.

A számítógépes szimuláció során alkalmazom a szakirodalomból ismert számítási eljárásokat. A pályaminősítés kérdését a vasúti pályán végighaladó jármű által érzékelt fekszinthiba szempontjából vizsgálom. Az [1] B.3. és B.4. táblázatai a fekszinthiba alapján fogalmazzák meg a pályahiba értékei mellett megengedhető jármű haladási sebességet. A pálya minősítését adott hullámhossz-tartományon normál eloszlású sztochasztikus folyamatként tekintetbe vett másodrendű momentumai, valamint a kitérés maximális és minimális értékei függvényében határozzák meg [2].

Az alapkérdés megválaszolására a vasúti pályát számos szerző adott merevségű, illetve csillapítási tényezőjű Winkler-alapzaton alátámasztott Euler-Bernoulli típusú kontinuum gerendaként modellezi, amely pályamoddellen vagy egy koncentrált erővel, vagy gyorsuláscsatolt tömeggel, illetve rugalmas kapcsolaton keresztül kapcsolódó, a kerékpárt reprezentáló tömeggel írják le [3], [4].

Egyes szerzők a pályamodell további tulajdonságait figyelembe vevő Timoshenko gerendával jellemzik a pályát, illetve a kontinuum gerendamodell diszkrétizálását megvalósító Galerkin-féle módszerrel szimulálják a pálya-jármű rendszert [4], [5].

A megoldandó feladat értelmében keresem a pálya hossza mentén a pálya függőleges alátámasztási merevségének és a rajta haladó jármű megengedhető haladási sebességének kapcsolatát. A probléma megoldásának alap gondolata az, hogy a mérőjármű által érzékelt geometriai egyenletesség-függvény (hosszfekszint-hiba) az [1] alapján jól detektálható jelenség, nem ad azonban választ a jelenség kiváltó okára. Meglátásom szerint az érzékelt jelenséget éppen a pálya alátámasztásának rugalmas (és disszipatív) paramétereiben kell keresni.

A probléma megoldására a számítógépes dinamikai szimuláció módszerét alkalmazom, amely eljárás során tekintetbe vettem a pálya fekszinthibáját leíró, pályahossz menti, normális eloszlású, adott járműsebességhez tartozó szórású sztochasztikus függvény [1] egy realizációját, amely ismeretében

paraméteridentifikációs eljárás során meghatároztam azt a pályamerevség függvényt, amely mellett az előre adott fekszinthiba adódik.

2. A SZIMULÁCIÓS ELJÁRÁS BEMUTATÁSA

A szimulációs eljárás során azt a célt tűztem ki, hogy olyan számítógépen alapuló szimulációs számítási eljárást dolgozzak ki, amely a vasúti pálya függőleges irányú fekszinthibái pályahossz menti függvényének ismeretében leírja a pálya alátámasztásának pályahossz menti rugalmas paramétereit.

Az [1] szabvány értelmében a pálya minősítését az (1) összefüggésből határozhatjuk meg:

$$C_{oSD} = \sqrt{w_{AL}SD_{AL}^2 + w_GSD_G^2 + w_{CL}SD_{CL}^2 + w_{LL}SD_{LL}^2} \quad (1)$$

ahol

SD a vizsgált geometriai paraméter szórása

w a vizsgált geometriai paraméter súlyozó tényezője

AL fekszinthiba átlagos értéke

G a nyomtávhiba

CL keresztfekszint (túlemelés, siktorzulás)-hiba

LL hosszfekszint (süppedés)-hiba

amely jellemzők 200...1000 m hosszúságú pályaszakaszon értelmezettek.

A vasúti pálya hosszfekszint-hibájának és a pálya függőleges alátámasztási merevségének kapcsolatát elemzem.

Ismeretes, hogy a mérőjármű által érzékelt pálya hosszfekszint-hibája részben a terheletlen pálya maradé deformációjából származó alakból, részben pedig a rugalmasan alátámasztott pálya rugalmas deformációjának eredőjeként áll elő [5].

Az eljárás első lépéseként abból a feltevésből indultam ki, hogy [1] szerint adott a pálya normális eloszlású sztochasztikus folyamatként leírható függőleges kitérése függvényének spektrális sűrűségfüggvénye.

Az (1) képletben szereplő egyik komponensét, a $w_{LL}SD_{LL}^2$ értékének a pálya állapotában rejlő hatásait kívánom részletesebben elemezni,

amely érték a pálya általam vizsgálni kívánt függőleges geometriai alakját leíró sztochasztikus függvény szórásnégyzete. Az 1. táblázat a kérdéses fekszínhiba D1, illetve D2 szórás értékeit rendeli a megengedhető jármű haladási sebességtartományokhoz a λ hullámhossz-tartománytól függő értékezőként.

A szimulációs eljárás során a fenti táblázat paramétereinek felhasználásával előállítom a pálya fekszín-hibájának a pályahossz mentén értelmezett egy-egy realizációs függvényét, majd keresem az olyan rugalmas paraméterű pályát, amely mellett éppen az előre adott realizációs függvény adódik válaszfolyamatként. Ilyen módon a feladat egy paraméteridentifikációs feladatként nyilvánul meg.

1. táblázat: Fekszínhiba szórásértékei a jármű haladási sebessége és a pályahiba hullámhossza függvényében

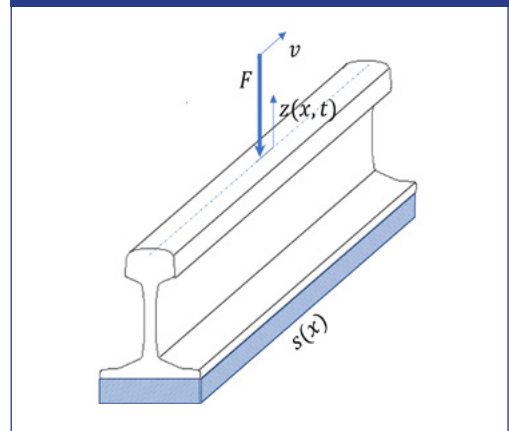
Sebesség (km/h)	Zérustól a csúcsertéig terjedő értékek [mm]	
	Hullámhossz-tartomány	
	D1 (3 m < λ ≤ 25 m)	D2 (25 m < λ ≤ 70 m)
$V \leq 80$	28	N/A
$80 < V \leq 120$	26	N/A
$120 < V \leq 160$	23	N/A
$160 < V \leq 230$	20	24
$230 < V \leq 300$	16	18
$300 < V \leq 360$	14	16

3. A SZIMULÁCIÓS VIZSGÁLAT ALAPJÁUL SZOLGÁLÓ DINAMIKAI MODELL

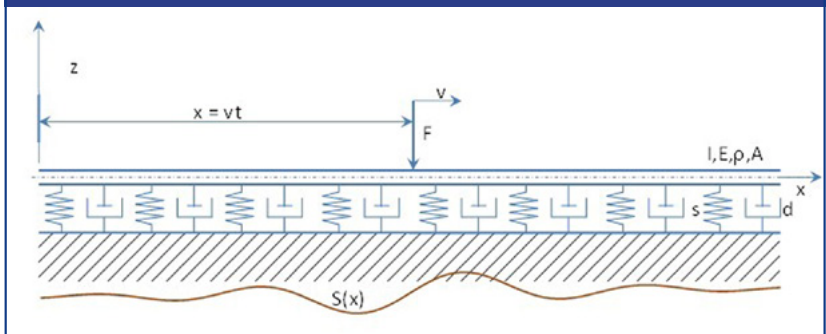
3.1. Állandó értékű pályamerevség

A jármű adott függőleges alátámasztási merevségű pálya mellett történő szimulációs vizsgálatát az alábbi, 1. és 2. ábrán bemutatott dinamikai modell segítségével végzem el [5]. A sínzálmodell rugalmas Bernoulli-Euler gerenda rugalmas és disszipatív alátámasztású Winkler-alapzaton, amelyen első közelítésben v sebességgel egyetlen függőleges irányú erő fut végig a pálya hosszanti irányában [6]. A vasúti pályát síkmodellként vettem figyelembe, ugyanakkor fontos elem, hogy a pályát alátámasztó Winkler-alapzat merevsége a pálya hossza mentén változó értékű ($s(x)$).

1. ábra: A sínzálra ható erő és a rugalmas alátámasztás axonometrikus képe



2. ábra: Winkler-alapzaton alátámasztott rugalmas gerenda modellje



A probléma megoldásához a (2) és (3)

$$IE \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} + d \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} + s(x)z(x,t) = F(t)\delta(x-vt) \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} z(x,t) = 0 \quad (3)$$

peremfeltételekkel nyert negyedrendű parciális differenciálegyenlet megoldásával jutunk, amely esetében a $z(x,t)=f(v,s(x))$ függvényt határozzuk meg a (4) összefüggés szerint [3], [4], [5]:

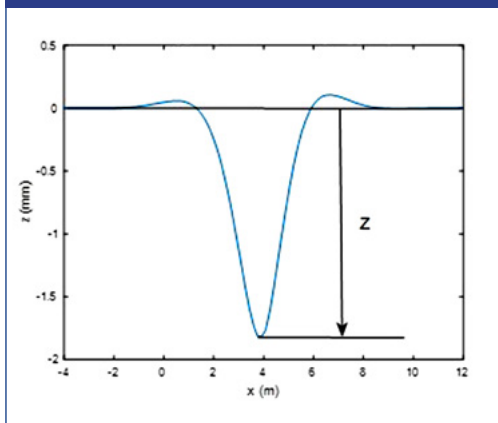
$$z(x,t) = \frac{F(t) \sum_{j=1}^4 u(x-vt) \cdot u(\operatorname{Re}(-p_j)) \frac{1}{4IEp_j^3 + 2\rho Av^2 p_j - d v} \cdot e^{p_j(x-vt)} + F(t) \sum_{j=1}^4 u(-x+vt) \cdot u(\operatorname{Re}(ep_j)) \frac{1}{4IEp_j^3 + 2\rho Av^2 p_j - d v} \cdot e^{p_j(x-vt)}}{4IEp_j^3 + 2\rho Av^2 p_j - d v} \quad (4)$$

A p_j értékeit az (5) szerinti karakterisztikus polinom megoldásával nyerjük:

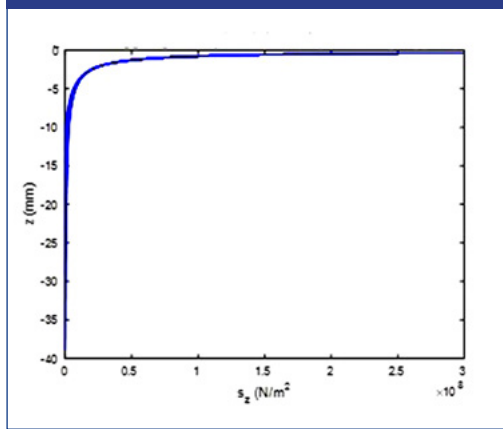
$$IEp^4 + \rho A(pv)^2 + (-pv)d + s_{z0} = 0 \quad (5)$$

Ez a megoldás akkor állítható elő, ha $s(x)=s_{z0}$ állandó értékű. A z függőleges kitérés értékét az $x = vt$ helyen értelmezzük, azaz a függőleges kitérés maximális értékét tekintjük mértékadónak.

3. ábra: Winkler- alapzaton alátámasztott rugalmas gerenda alakfüggvénye v sebességgel mozgó erőhatás mellett



4. ábra: A gerenda maximális lehajlása különböző alátámasztási merevségek esetében



Ebben az esetben definiálható a $z(v,s_{z0})=f(v,s_{z0})$ függvény. A 3., illetve 4. ábra jól szemlélteti, hogy a gerenda maximális kitérése milyen függvény szerint változik a Winkler-alapzat merevsége változásának függvényében. Jól látható, hogy ha csökken az alátámasztás merevsége, a gerenda kitérése progresszív módon növekszik. Ez a modell a mozgó erő haladási sebességére nagyon kis érzékenységet mutat. Mindezek a megállapítások azt jelzik, hogy a bemutatott rugalmas gerenda modell nem alkalmas a változó merevségű alátámasztás esetében fellépő gerenda deformációjának szimulációs úton történő meghatározására. Ezért szükséges a pálya hossza mentén változó paraméterű pályamodellek irányába továbblépni.

3.2. Változó merevségű pályamodell - Galerkin módszere

Tekintsük a (2) negyedrendű parciális differenciálegyenletet. Tegyük fel, hogy a pálya alátámasztási merevsége az $s(x)$ függvény szerint a pálya hosszkoordinátája mentén változó. Vezessük be a

$$\xi = x - vt \quad (6)$$

összefüggést. Így – figyelemmel a változó paraméterekre – a mozgásegyenlet az alábbi, (7) szerinti formát ölti ([3], [4]):

$$IE \frac{\partial^4 z(\xi, t)}{\partial \xi^4} + \rho A \left[\frac{\partial^2 z(\xi, t)}{\partial \xi^2} v^2 - 2 \frac{\partial^2 z(\xi, t)}{\partial \xi \partial t} v + \frac{\partial^2 z(\xi, t)}{\partial t^2} \right] + d \left[\frac{\partial z(\xi, t)}{\partial t} - \frac{\partial z(\xi, t)}{\partial \xi} v \right] + s(\xi + vt)z(\xi, t) = F\delta(\xi) \quad (7)$$

Keressük a megoldást egy csak $\xi = x - vt$ hely-, illetve egy tisztán csak t időfüggő tényező szorzataként a (8) összefüggés szerint [4], [5]:

$$z(\xi, t) = \sum_{j=0}^n \varphi_j(\xi) T_j(t) = \underline{\varphi}^T(\xi) \cdot \underline{T}(t) \quad (8)$$

alakban, ahol $\varphi_j(x) = \frac{H_j(x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2^j j! \sqrt{\pi}}}$, ha $j=0, 1, \dots, n$

ortonormált rendszer, és $H_j(x) = (-1)^j e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^j}{dx^j} e^{-\frac{x^2}{2}}$ Hermite-féle polinomokként vannak definiálva. Az ismeretlen $\underline{T}(t)$ függvényt meghatározhatjuk az alábbi, (9) szerinti másodrendű, közönséges, inhomogén, lineáris differenciálegyenlet megoldásával:

$$A(t)\ddot{\underline{T}} + B(t)\dot{\underline{T}} + C(t)\underline{T} = \underline{F} \quad (9)$$

$T_j(t)$ a fenti másodrendű inhomogén közönséges differenciálegyenlet megoldásának a j -edik eleme, $j=0, 1, 2, \dots, n$. A (9) egyenletben szereplő együtthatómátrixok elemeit a következő jelöléssel írhatjuk fel:

$$A(t) = a_{i,j}, B(t) = b_{i,j}^{(1)} + b_{i,j}^{(2)} \text{ és } C(t) = c_{i,j}^{(1)} + c_{i,j}^{(2)} + c_{i,j}^{(3)} + c_{i,j}^{(4)}(t).$$

Az együtthatómátrix elemeit a (10)-ben felírt integrálok segítségével számíthatjuk ki [5]:

$$\begin{aligned} a_{i,j} &= \rho A \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ b_{i,j}^{(1)} &= -2v \cdot \rho A \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i'(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ b_{i,j}^{(2)} &= -v d \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ c_{i,j}^{(1)} &= IE \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i^{IV}(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ c_{i,j}^{(2)} &= v^2 \cdot \rho A \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i''(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ c_{i,j}^{(3)} &= -v \cdot d \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i'(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ c_{i,j}^{(4)}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(\xi + vt) \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi \\ F_i &= F \varphi_i(0) \end{aligned} \quad (10)$$

Látható, hogy a (10)-ben felírt együtthatómátrix elemek az egyes integrálások elvégzését

követően a $c_{i,j}^{(4)}(t)$ elem kivételével konstans értékűek, amely $c_{i,j}^{(4)}(t)$ elem pedig időfüggő addicionális tagként jelenik meg.

4. A SZIMULÁCIÓS MÓDSZER BEMUTATÁSA

4.1. A pályamerevség függvény közelítő előállítás sztochasztikus fekszinhibafüggvény ismeretében

Az eljárás következő lépéseként tegyük fel, hogy rendelkezésünkre áll a $z(\xi, t)$ sztochasztikus függőleges kitérésfüggvény egy realizációja a változó $s(\xi + vt) = s(x)$ paraméter függvényében, így írható, hogy $z(\xi, t) = z_s(\xi, t, s(x))$. Legyen a továbbiakban $z(\xi, t)$ függvény egy realizációja $\zeta(\xi, t)$. A $\zeta(\xi, t)$ valamely realizációt minden esetben éppen az $\xi=0$ ($x=vt$) helyen kapjuk meg. Ennek ismeretében előállíthatjuk a (9) egyenletet, ha ismerjük a $\underline{T}(t)$ függvényt. A (8) egyenlet segítségével és a $\zeta(\xi, t)$ realizációs függvény alkalmazásával azt kapjuk, hogy

$$\zeta(\xi = 0, t) = \sum_{j=0}^n \varphi_j(\xi = 0) T_j(t) = \underline{\varphi}^T(0) \cdot \underline{T}(t). \quad (11)$$

Másrésről elmondható, hogy előállítható a $\underline{T}(t) = \zeta(0, t) \cdot \frac{\varphi(0)}{|\varphi(0)|^2}$ összefüggés szerint. Elvégezve a szükséges differenciálásokat, $\dot{\underline{T}}(t) = \frac{\partial \zeta(0, t)}{\partial t} \cdot \frac{\varphi(0)}{|\varphi(0)|^2} + \underline{T}(t) \cdot \frac{\partial \varphi(0)}{\partial \xi} \cdot v \cdot \frac{\varphi(0)}{|\varphi(0)|^2}$ és $\ddot{\underline{T}}(t) = \frac{\partial^2 \zeta(0, t)}{\partial t^2} \cdot \frac{\varphi(0)}{|\varphi(0)|^2} + 2 \cdot \frac{\partial \varphi(0)}{\partial \xi} \cdot \dot{\underline{T}}(t) \cdot \frac{\varphi(0)}{|\varphi(0)|^2} - \frac{\partial^2 \varphi(0)}{\partial \xi^2} \cdot \underline{T}(t) \cdot \frac{\partial^2 \varphi(0)}{\partial \xi^2} \cdot v^2$ adódik.

A $C(t)$ mátrixot a fentiek alapján a (12) formába írhatjuk [5]:

$$C(t) = C^{(1)} + C^{(2)} + C^{(3)} + C^{(4)}(t) \quad (12)$$

Az így nyert összefüggéseket visszahelyettesítve (9)-be és a $C(t)$ mátrixot állandó és időtől függő tagokra szétbontva a (13) egyenletrendszert nyerjük:

$$A\ddot{\underline{T}} + B\dot{\underline{T}} + (C^{(1)} + C^{(2)} + C^{(3)} + C^{(4)}(t))\underline{T} = \underline{F}. \quad (13)$$

A fenti (13) egyenletben a $C^{(4)}(t)$ időfüggő tagot kifejezve

$$\mathbf{C}^{(4)}(t)\underline{T} = \underline{F} - \mathbf{A}\underline{T} - \mathbf{B}\underline{T} - (\mathbf{C}^{(1)} + \mathbf{C}^{(2)} + \mathbf{C}^{(3)})\underline{T} \quad (14)$$

lineáris egyenletrendszeret kapjuk. (9) figyelembevételével vétele mellett írható, hogy

$$\mathbf{C}^{(4)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\xi + vt) \underline{\varphi}(\xi) \underline{\varphi}^T(\xi) d\xi$$

Behelyettesítve a $\mathbf{C}^{(4)}(t)$ -re kapott kifejezést (14)-be a (15) integrálegyenletre jutunk, ahol az ismeretlen függvény az $s(x)=s(\xi+vt)$ függvény [9].

$$\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} s(\xi + vt) \underline{\varphi}(\xi) \underline{\varphi}^T(\xi) d\xi \right\} \cdot \underline{T} = \underline{F} - \mathbf{A}\underline{T} - \mathbf{B}\underline{T} - (\mathbf{C}^{(1)} + \mathbf{C}^{(2)} + \mathbf{C}^{(3)})\underline{T} \quad (15)$$

A továbbiakban a megoldandó feladat $s(x)=s(\xi+vt)$ függvény meghatározása, amely kielégíti a (15) integrálegyenletet. Továbbalakítva a fenti integrálegyenletet az alábbi alakba írhatjuk, amely ezzel az átalakítással tisztán skalár mennyiségeket tartalmaz.

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(\xi + vt) \left(\underline{T}^T \cdot \underline{\varphi}(\xi) \right) \cdot \left(\underline{\varphi}^T(\xi) \cdot \underline{T} \right) d\xi = \underline{T}^T \underline{F} - \underline{T}^T \mathbf{A} \underline{T} - \underline{T}^T \mathbf{B} \underline{T} - \underline{T}^T (\mathbf{C}^{(1)} + \mathbf{C}^{(2)} + \mathbf{C}^{(3)}) \underline{T}$$

A továbbiakban jelöljük a fenti egyenlet jobb oldalát $q(t)$ -vel:

$$q(t) = \underline{T}^T \underline{F} - \underline{T}^T \mathbf{A} \underline{T} - \underline{T}^T \mathbf{B} \underline{T} - \underline{T}^T (\mathbf{C}^{(1)} + \mathbf{C}^{(2)} + \mathbf{C}^{(3)}) \underline{T} \quad (16)$$

továbbá, mivel $\zeta(\xi, t) = \underline{T}^T(t) \cdot \underline{\varphi}(\xi)$, így

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(\xi + vt) \zeta^2(\xi, t) d\xi = q(t) \quad (17)$$

alakba írható Fredholm típusú integrálegyenletet nyerjük.

Tekintsük az [1] szabvány által ajánlott sztochasztikus folyamattal leírható $\zeta(\xi)$ függvények azon realizációját, amely valamely normál eloszlású és adott szórással rendelkező függvénnyel jellemezhető. A kérdéses függvény az alábbi formában írhatjuk fel [8]:

$$\zeta(\xi = 0, t) = \sum_{k=0}^N c_k \cdot \cos(\omega_k t + \Phi_k) \quad (18)$$

ahol c_k normális eloszlású valószínűségi változó, $c_k \in [0,1]$, $\omega_k = 2\pi k/\lambda$, $i=0,1,\dots,N$, λ a vizsgált pályaszakasz lengésének hullámhossza, $3m < \lambda \leq 25m$, illetve $25m < \lambda \leq 70m$, $\Phi \in [0, 2\pi]$ intervallumban egyenletes eloszlású fázisszög [8].

A továbbiakban tehát feltehetjük, hogy a sztochasztikus pályageometria egy realizációs függvénye előállítható a fentiek alapján

$$\zeta(\mathbf{x} = \mathbf{v}t, t) = \sum_{k=0}^N c_k \cdot \cos(\omega_k t + \Phi_k) = \sum_{j=0}^n \underline{\varphi}_j(\xi = \mathbf{0}) \cdot \underline{T}_j(t) = \underline{\varphi}^T(\xi = \mathbf{0}) \cdot \underline{T}(t) \quad (19)$$

alakban. Ebből

$$\underline{T}(t) = \zeta(\mathbf{x} = \mathbf{v}t, t) \cdot \frac{\underline{\varphi}(\xi = \mathbf{0})}{|\underline{\varphi}(\xi = \mathbf{0})|^2} = \sum_{k=0}^N c_k \cdot \cos(\omega_k t + \Phi_k) \cdot \frac{\underline{\varphi}(\xi = \mathbf{0})}{|\underline{\varphi}(\xi = \mathbf{0})|^2}$$

és

$$\zeta(\xi, t) = \underline{\varphi}^T(\xi) \cdot \underline{\varphi}(\xi = \mathbf{0}) \cdot \sum_{k=0}^N c_k \cdot \cos(\omega_k t + \Phi_k) \cdot \frac{1}{|\underline{\varphi}(\xi = \mathbf{0})|^2} \quad (20)$$

(20)-at visszahelyettesítve (17)-be előállíthatjuk a (17) Fredholm típusú integrálegyenlet közelítő megoldását. A megoldás során felírt integrált véges sorozat összegként állítjuk elő [5], [9]:

$$\sum_{i=1}^n s_j(\xi_i + vt_j) \zeta^2(\xi_i, t_j) \Delta\xi = q(t_j), i, j = 1, \dots, n. \quad (21)$$

Legyen az ismeretlen $s(\xi+vt)$ pályamerevség függvény $\underline{s}(x_i) \approx [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$ véges sorozattal előállítva, továbbá a $\zeta(\xi, t) \approx \zeta_{ij}(\xi_i, t_j)$, $i=1, \dots, n$; $j=1, \dots, n$ sorozattal előállítva. Defináljuk a $\mathbf{D} = \{\zeta_{ij}^2(\xi_i, t_j) \Delta\xi\}$ mátrixot, továbbá a $\underline{p} = [q(t_1), \dots, q(t_n)]^T$. Ekkor írható, hogy

$$\underline{s}(x_i) \approx \mathbf{D}^{-1} \cdot \underline{p} \quad (22)$$

feltéve, hogy a \mathbf{D}^{-1} létezik. Az így nyert n -elemű \underline{s} vektor a (17) integrálegyenlet közelítő megoldása. Mivel $\zeta(\xi, t)$ a sztochasztikus függőleges pályaeigenetlenség függvény egy realizációja, így a kapott $\underline{s}(x_i)$ vektor is sztochasztikus pályamerevség függvény egy realizációját közelítő vektor. Fentiek alapján nyilvánvaló, hogy az n elemszám növelésével a közelítő megoldás pontossága növelhető.

2. táblázat: A szimuláció során alkalmazott mennyiségek

Megnevezés	Jelölés	A szimuláció során alkalmazott mennyiségek
Gerenda keresztirányú tengelyre számított másodrendű nyomatéka	I	$3055 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$
Gerenda anyagának Young modulusza	E	$2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Gerenda folyómétertömege	qA	60 kg/m
Winkler-alapzat csillapítási tényezője	d	10^3 N/s/m^2
A gerendán végigfutó erő nagysága	F_0	115600 N

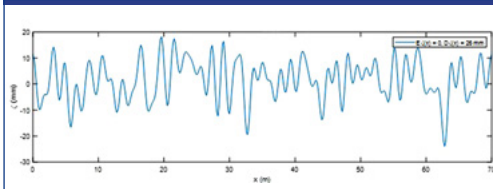
5. SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYEK

Az előző fejezetben bemutatott, számítógépes szimulációs eljárást egy Winkler-alapzaton alátámasztott rugalmas gerendán előre adott sebességgel futó állandó nagyságú erő, illetve ugyancsak előre megadott szórással rendelkező, normális eloszlású sztochasztikus folyamatként leírható függőleges kitérésfüggvény egy-egy (18) szerint véletlenszerűen kiválasztott realizáció segítségével alkalmazom a fenti eljárást, így a (22) lineáris egyenletrendszer megoldásaként nyert $\underline{s}(x_i)$ vektort határozzuk meg az egyes szimulációs esetekre. A szimu-

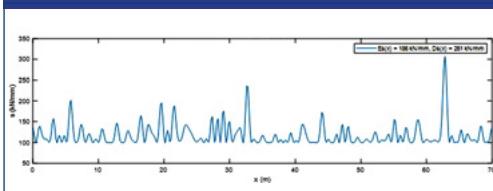
lációs eljárás során alkalmazott adatokat a 2. táblázat mutatja:

A számítógépes szimulációt a MATLAB szoftver segítségével végeztem el. A szimuláció során a 2. táblázat adataival az 5. ábrán példaként bemutatott lehetséges kitérésfüggvénnyel számoltam. A 6. ábra a gerendát alátámasztó Winkler-alapzat merevségfüggvényét mutatja, amely indokolja az 5. ábra szerinti kitérésfüggvény alakját. Az ábrákon feltüntettem a függvények várható értékét, illetve szórását. A példaként bemutatott realizáció a 3. táblázat szerinti 160 km/h sebesség és 24 mm szórás mellett jelentkezett.

5. ábra: A sztochasztikus kitérésfüggvény egy realizációja



6. ábra: A gerenda alátámasztási merevségének közelítő függvénye



A fentiekben bemutatott szimulációs eljárás kiinduló lépéseként meghatározza az 1. táblázatban megadott sebességhez tartozó szórást sztochasztikus kitérésfüggvény (18) összefüggés szerinti pálya hosszfekszint-hiba geometriai irregularitásának egy realizációját (5. ábra). A 6. ábra a (22) összefüggés alapján kiszámított pályamerevség függvényt mutatja az 5. ábrán látható realizáció alapul vételével. A 6. ábrán látható pálya x hosszkoordinátája függvényeként számított pályamerevség-függvény $E_s(x)=186 \text{ kN/mm}^2$ várható értékét és $D_s(x)=261 \text{ kN/mm}^2$ szórását a $\lambda=70 \text{ m}$ pályahibahullámhossz esetén a 3. táblázat 160 km/h sebességhez tartozó sorában tüntettem fel.

Az eljárást az 1. táblázat minden, összesen 9 értékes elemére alkalmazva a 3. táblázat elemeit kapjuk, azaz meghatározható a pályamerevség függvény várható értéke, szórása, valamint relatív szórása.

3. táblázat: Az 1. táblázat szerinti sebesség- és kitérésfüggvény szórásértékei alapján számított pályamerevség függvény várható értékei és szórásai

v (km/h)	Hullámhossz-tartomány					
	$\lambda = 25 \text{ m}$			$\lambda = 70 \text{ m}$		
	D1 (mm)	Er1 (kN/mm ²)	Dr1 (kN/mm ²)	D2 (mm)	Er2 (kN/mm ²)	Dr2 (kN/mm ²)
40	28	35	54 (154%)	N/A		
80	26	60	95 (158%)	N/A		
120	23	40	57 (143%)	N/A		
160	20	68	106 (156%)	24	186	261 (140%)
230	16	28	48 (171%)	18	129	193 (150%)
300	14	95	217 (228%)	16	255	457 (179%)

A 3. táblázat jól mutatja, hogy a pályamodellként bemutatott rugalmas alátámasztású gerendamodell merevségének várható értéke, illetve igen jelentős (mintegy 140-170%-os) relatív szórása jellemzi azt a pályát, amely alátámasztja és indokolja a megadott pálya hosszfekszint-hiba, mint geometriai kitérésfüggvény kialakulását.

A fenti gondolatmenet alapján a mozgó erőhatás eredményeként a vasúti pályán létrejövő, az érzékelő számára függőleges irányú geometriai pályahibaként (hosszfekszint-hibaként) megnyilvánuló kitérés okaként a pálya alátámasztásának (zúzottkő ágyazatnak) az állapotára vonatkozó következtetést vonhatunk le [10], [11], [12]. A bemutatott szimulációs eljárás alapján az [1] szerinti szabványban ismertetett értékelési módszerre támaszkodva további, a pálya állapotára vonatkozó következtetésekre juthatunk el. További részletes vizsgálatok iránymutatást adhatnak arra vonatkozóan, mely pályaszakaszokon válik szükségessé a pálya alátámasztásának javítása. A bemutatott számítógépes szimulációs vizsgálatot feltétlenül meg kell alapozni megfelelően kivitelezett mérési eljárással.

6. KONKLÚZIÓ

A bemutatott számítógépes eljárás kidolgozását az a felismerés alapozta meg, hogy a vasúti pálya EN 13848 [1] szabványcsaládban ismertetett geometriai hosszfekszint-hibája a pálya alátámasztási merevségének irregularitásából származik.

Erre a felismerésre támaszkodva kidolgoztam egy számítógépes dinamikai szimulációs eljárást, amely során előre adott vasúti pálya fekszinthiba pályahossz menti sztochasztikus függvényének valamely realizációja ismeretében Galerkin módszerének alkalmazása révén paraméteridentifikációs eljárás útján meghatároztam a pálya alátámasztási merevség függvényének várható értékét és szórását, amely mellett az adott pálya hosszfekszint-hibája adódik.

Az eljárás kidolgozása során egy paraméteridentifikációs probléma megoldását végeztem el, amely a vasúti pálya geometriai hibájának, mint jelenségnek a pálya alátámasztási merevsége hosszkoordináta menti függvényének meghatározását integrálegyenlet közelítő numerikus megoldására vezeti vissza.

A szimulációs eljárás során a 3. táblázatban összefoglaltam az [1] szabványban megadott pálya hosszfeszint-hiba geometriai irregularitásához rendelt megengedett járműsebesség értékekhez tartozó pályamerevség irregularitás értékeit a 3. táblázat szerint, megfelelően azt az 1. táblázat elemeinek, ily módon kiegészítve az [1] szabványban meghatározott értékeket.

A számítógépes szimulációs eljárás alapul szolgálhat a vasúti pálya minősítésének pontosabb meghatározásához, továbbá támpontot nyújthat a pálya karbantartásának szükségesség elvégzéséhez, megalapozza továbbá az adott pályaszakaszon megengedhető jármű haladási sebesség előírását.

További kutatás szükséges a pálya további jellemzőjének, azaz a fekszint-, siktorzulás-, nyomtávhibáinak meghatározásához a bemutatott szimulációs eljárás kiterjesztésével.

Az újabb számítógépes szimulációs vizsgálat elvégzése iránymutatást nyújthat a hosszfeszint-hiba egyes pályaszelvényben történő növekedését magyarázó pálya alépítmény korrekciójának elvégzésére.

Az elméleti vizsgálat mérés útján történő ellenőrzése és a számítás során alkalmazott paraméterek pontosítása a további kutatások egyik legfontosabb sarokköve. A mérés egy, a problémát feltárni képes mérőeszközzel, illetve ahhoz kapcsolódó mérési és kiértékelő eljárással valósítható meg annak érdekében, hogy helyes következtetésre jussunk a pálya állapotának jellemzését illetően.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] European Standard EN 13848. Railway applications. Track. Track geometry quality.
- [2] Ágh, Cs.: (2019). Vasúti pályák vizsgálatának korszerű módszerei. Műszaki Katonai Közlöny. 2019 (29). 219-230. DOI: [10.32562/mkk.2019.1.18](https://doi.org/10.32562/mkk.2019.1.18).
- [3] Filippov, A. P.: Vibrations of Deformable Systems. (in Russian), Mashinostroenie, Moscow, 1970
- [4] Kisilowski, J. - Sowinski, B.: Problems of Simulating Vehicle Motion by Mathematical Models. In: Advanced Railway Vehicle System Dynamics, (Ed. by Prof. J. Kisilowski and Prof. K. Knothe), Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warsaw, 1991, p.93-139.
- [5] Zábori, Z. - Zobory, I.: Hosszirányban mozgó, állandó nagyságú függőleges erővel terhelt változó merevségű és csillapítású Winkler alapzathoz rögzített gerendatartó dinamikája. Gép 72. évf. 3-4. sz. (2021.) 69-75. oldal
- [6] Norén-Cosgriff, K., Gustav Berggren, E., Massoud Kaynia, A., Norman Dam, N., Mortensen, N. (2018): A new method for estimation of critical speed for railway tracks on soft ground. International Journal of Rail Transportation, 6:4, 203-217, DOI: [10.1080/23248378.2018.1474811](https://doi.org/10.1080/23248378.2018.1474811)
- [7] Zobory, I. – Békefi, E. - Zábori, Z.: Simulation Backed Identification of Vertical Track Stiffness Functions by Using Wavelets, Proceedings of the 6th Mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, VSDIA 1998, (Ed. by Prof. I. Zobory). BME Department of Railway Vehicles, Budapest, 1998, p.151-159. (ISBN:963 420 635 2)
- [8] Vágó, Zs.: Idősorok sztochasztikus modelljei. Oktatási segédlet, Budapest, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem, Statisztika Tanszék, (28. oldal)
- [9] Integral equations, numerical methods. Encyclopedia of Mathematics. URL: http://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Integral_equations,_numerical_methods&oldid=51876, letöltve: 2024.04.18.
- [10] Karin Norén-Cosgriff, Eric Gustav Berggren, Amir Massoud Kaynia, Niels Norman Dam & Niels Mortensen (2018) A new method for estimation of critical speed for railway tracks on soft ground, International Journal of Rail Transportation, 6:4, 203-217, DOI:10.1080/23248378.2018.1474811
- [11] Duley, A., Le Pen, L., Thompson, D., Powrie, W., Watson, G., Maicy, P., Andrew, C. (2015). Critical train speeds and associated track movements – a case study. XVI ECSMGE 2015
- [12] Thawatchai Phanyakit, Thaned Satiennam:

Track-quality index and degradation of railway track structure. The construction track doubling project of northeast line from thanon chira junction to khon

kaen station, Thailand, MATEC Web Conf. 192 02022 (2018), DOI: [10.1051/mateconf/201819202022](https://doi.org/10.1051/mateconf/201819202022)

NOMENKLATÚRA

Megnevezés	Jelölés	Mértékegység
Időkoordináta	t	s
Hosszkoordináta	x	m
A mozgó erőhöz kötött relatív hosszkoordináta	ξ	m
A gerenda függőleges irányú, időtől és helytől függő kitérése	$z(x,t)$	m
Winkler-alapzat csillapítási tényezője	d	Ns/m^2
Winkler-alapzat hosszirányban változó rugómerevsége	$s(x)$	N/m^2
Winkler-alapzat állandó nagyságú rugómerevsége	s_{z0}	N/m^2
A gerendán végigfutó erő nagysága	F_0	N
A mozgó erő haladási sebessége	v	km/h
Gerenda keresztirányú tengelyre számított másodrendű nyomatéka	I	m^4
Gerenda anyagának Young modulusza	E	N/m^2
Gerenda folyóméret tömege	qA	kg/m
A pálya fekszinthiba hullámhossza	λ	m
A megoldás alaktényezője	$\varphi_j(\xi)$	
A megoldás időtényezője	$T_j(t)$	
A megoldás során alkalmazott együtthatómátrixok	$\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t), \mathbf{C}(t)$	
A sztochasztikus fekszinthiba-függvény egy realizációja	$\zeta(\xi,t)$	m
A sztochasztikus fekszinthiba-függvény egy realizációját leíró Fourier-sor együtthatója	c_k	m
A sztochasztikus fekszinthiba-függvény egy realizációját leíró Fourier-sor körfrekvenciája	ω_k	$1/s$
A sztochasztikus fekszinthiba-függvény egy realizációját leíró Fourier-sor fázisszöge	Φ_k	<i>radián</i>



Impact of the condition of the railway track on the permissible travel speed

Keywords: rail track; track failure; rail track classification; track support rigidity; Winkler base; Galerkin method; dynamic simulation

This study examines the relationship between the condition of the railway track and the permitted speed of the railway vehicle running on it. The relationship between the condition of the railway track and the maximum permissible vehicle speed on a given section of the track is a very important and crucial safety issue in railway operation. This idea raises the question of what method can be used to classify the condition of the railway track.



Einfluss des Zustands der Eisenbahnstrecke auf die zulässige Geschwindigkeit

Schlüsselwörter: Eisenbahnstrecke; Gleisausfall; Bewertung der Eisenbahnstrecke; Steifigkeit der Gleisstütze; Winkler-Fundament; Galerkin-Methode; Dynamische Simulation

Die Studie untersucht den Zusammenhang zwischen dem Zustand des Eisenbahngleises und der zulässigen Geschwindigkeit des darauf fahrenden Schienenfahrzeugs. Der Zusammenhang zwischen dem Zustand der Eisenbahnstrecke und der zulässigen Höchstgeschwindigkeit auf einem bestimmten Streckenabschnitt ist eine sehr wichtige und entscheidende Sicherheitsfrage im Eisenbahnbetrieb. Dieser Gedanke wirft die Frage auf, welche Methode zur qualitativen Bewertung des Zustands der Bahnstrecke verwendet werden kann.

